

数学アラカルト第5回問題

問題 1. 次の合成された変換を表しなさい.

(1)  $T_1 \cdot T_1 (=T_1^2)$

(2)  $T_2 \cdot T_1$

(3)  $T_1 \cdot T_3$

(4)  $T_3 \cdot T_1$

問題 2. 次の逆変換や逆変換の合成を表してください.

(1)  $T_2^{-1}$

(2)  $T_3^{-1}$

(3)  $(T_1 \cdot T_2)^{-1}$

(4)  $T_2^{-1} \cdot T_1^{-1}$

問題 3. 次の変換群の位数を計算してください.

(1) 六角形の頂点にそれぞれ異なる色をつけました. このとき六角形を回して, 頂点の色を変える変換群

(2) 六角形の板の裏表の面と頂点とにそれぞれ異なる色をつけました. このとき板を回してり裏返したりして, 色を変える変換群

(3) サイコロの変換群

問題 4. 次の 7 パズルを  $T_1$ ,  $T_2$  を使って完成させなさい.

(1)

1	2	4	7
5	6	3	

(2)

1	2	4	6
5	3	7	

(3)

1	2	3	7
5	4	6	

問題 5. 1 と 5 を同時に固定する部分群を  $H_{1,5}$  とし, 1 と 5 と 2 を同時に固定する部分群を  $H_{1,5,2}$  とします.  $H_{1,5,2}$  は  $H_{1,5}$  の部分群になりますが,  $H_{1,5}$  は  $H_{1,5,2}$  によっていくつの類に類別されるでしょう. また代表系を求めなさい.