大日本図書　新基礎数学問題集　5 章§ 3 STEP UP 詳しい解答

p.65. 5 章§ 3. 加法定理とその応用　STEP UP

338. (1) 2 倍角の公式より 左辺 $=(\cos^2\theta+\sin^2\theta)(\cos^2\theta-\sin^2\theta)=1\cdot\cos 2\theta=$ 右辺//

$(\cos^2\theta=A, \sin^2\theta=B$ とおき左辺 $=A^2-B^2=(A+B)(A-B)$ としてもよい. $\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$ も用いた)

(2) 和・差を積に直す公式より $\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}, \sin\alpha-\sin\beta=2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$.

よって $A=\dfrac{\alpha+\beta}{2}, B=\dfrac{\alpha-\beta}{2}$ とおくと $\sin\alpha+\sin\beta=2\sin A\cos B, \sin\alpha-\sin\beta=2\cos A\sin B$.

左辺 $=\dfrac{2\sin A\cos B}{2\cos A\sin B}=\dfrac{\frac{2\sin A\cos B}{2\cos A\cos B}}{\frac{2\cos A\sin B}{2\cos A\cos B}}=\dfrac{\frac{\sin A}{\cos A}}{\frac{\sin B}{\cos B}}=\dfrac{\tan A}{\tan B}=$ 右辺//

339. (1) 積を和・差に直す公式より 与式 $=-\dfrac{1}{2}\{\cos(10^\circ+50^\circ)-\cos(10^\circ-50^\circ)\}\sin 70^\circ=-\dfrac{1}{2}\{\cos 60^\circ-\cos(-40^\circ)\}\sin 70^\circ$

$=-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}-\cos 40^\circ\right)\sin 70^\circ=-\dfrac{1}{4}\sin 70^\circ+\dfrac{1}{2}\cos 40^\circ\sin 70^\circ$

$=-\dfrac{1}{4}\sin 70^\circ+\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2}\{\sin(40^\circ+70^\circ)-\sin(40^\circ-70^\circ)\}=-\dfrac{1}{4}\sin 70^\circ+\dfrac{1}{4}\{\sin 110^\circ-\sin(-30^\circ)\}$

$=-\dfrac{1}{4}\sin 70^\circ+\dfrac{1}{4}\sin 70^\circ+\dfrac{1}{4}\sin 30^\circ=\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{8}$. $(\sin(180^\circ-\alpha)=\sin\alpha$ より $\sin 110^\circ=\sin 70^\circ$ を用いた)

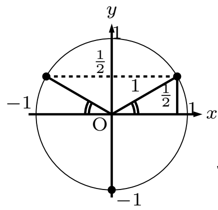
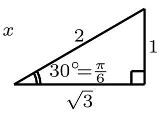
(2) 和・差を積に直す公式より 与式 $=2\cos\dfrac{80^\circ+20^\circ}{2}\sin\dfrac{80^\circ-20^\circ}{2}-\sin 40^\circ=2\cos 50^\circ\sin 30^\circ-\sin 40^\circ$

$=2\sin 40^\circ\cdot\dfrac{1}{2}-\sin 40^\circ=0$. $(\cos(90^\circ-\alpha)=\sin\alpha$ より $\cos 50^\circ=\sin 40^\circ$ を用いた)

340. (1) $\cos 2x=1-2\sin^2 x$ より $1-2\sin^2 x=\sin x$. $\sin x=X$ とおくと

$1-2X^2=X$, すなわち $2X^2+X-1=(2X-1)(X+1)=0$.

よって $X=\sin x=\dfrac{1}{2},-1$. $0\leqq x<2\pi$ より $x=\dfrac{\pi}{6},\dfrac{5}{6}\pi,\dfrac{3}{2}\pi$.

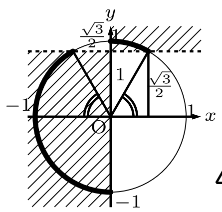
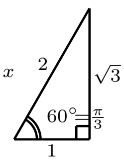



(2) $\sin 2x=2\sin x\cos x$ より $2\sin x\cos x\geqq\sqrt{3}\cos x$. よって

$2\sin x\cos x-\sqrt{3}\cos x=\cos x(2\sin x-\sqrt{3})\geqq 0$. 従って

$\begin{cases}\cos x\geqq 0\\ 2\sin x-\sqrt{3}\geqq 0\end{cases}$ または $\begin{cases}\cos x\leqq 0\\ 2\sin x-\sqrt{3}\leqq 0\end{cases}$ より

$\begin{cases}\cos x\geqq 0\\ \sin x\geqq\dfrac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$ または $\begin{cases}\cos x\leqq 0\\ \sin x\leqq\dfrac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$. $0\leqq x<2\pi$ より $\dfrac{\pi}{3}\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{2},\dfrac{2}{3}\pi\leqq x\leqq\dfrac{3}{2}\pi$.

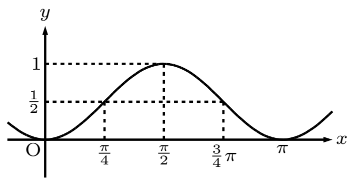



341. (1) 2 倍角の公式より $\cos 2x=1-2\sin^2 x$. よって $2\sin^2 x=1-\cos 2x$ より

$y=\sin^2 x=\dfrac{1-\cos 2x}{2}=-\dfrac{1}{2}\cos 2x+\dfrac{1}{2}$. よって $y=\cos x$ のグラフを

x 軸に関して対称移動, y 軸方向に $\dfrac{1}{2}$ 倍に縮小, x 軸方向に $\dfrac{1}{2}$ 倍に縮小,

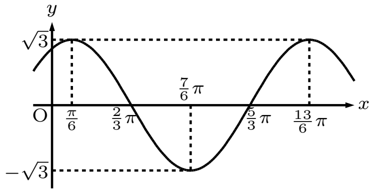
y 軸方向に $\dfrac{1}{2}$ 平行移動. 周期は π.



(2) 和・差を積に直す公式より $y=2\cos\dfrac{x+x-\frac{\pi}{3}}{2}\cos\dfrac{x-(x-\frac{\pi}{3})}{2}$

$=2\cos\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)\cos\dfrac{\pi}{6}=2\cos\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\cos\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

$y=\cos x$ のグラフを y 軸方向に $\sqrt{3}$ 倍に拡大, x 軸方向に $\dfrac{\pi}{6}$ 平行移動. 周期は 2π.

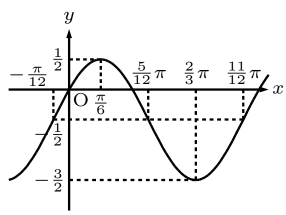


(3) 積を和・差に直す公式より $y=2\cdot\dfrac{1}{2}\left\{\sin\left(x+x+\dfrac{\pi}{6}\right)+\sin\left(x-\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)\right)\right\}$

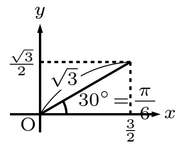
$=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)+\sin\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\sin\left(2\left(x+\dfrac{\pi}{12}\right)\right)-\dfrac{1}{2}$.

$y=\sin x$ のグラフを x 軸方向に $\dfrac{1}{2}$ 倍に縮小, x 軸方向に $-\dfrac{\pi}{12}$,

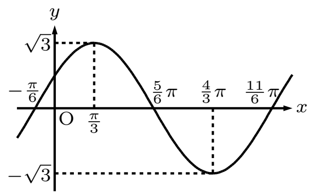
y 軸方向に $-\dfrac{1}{2}$ 平行移動. 周期は π.



(4) $y = 2\sin x + \cos x\cos\dfrac{\pi}{6} - \sin x\sin\dfrac{\pi}{6} = 2\sin x + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x - \dfrac{1}{2}\sin x = \dfrac{3}{2}\sin x + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x$.



$\sqrt{\left(\dfrac{3}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{3}$ より $y = \sqrt{3}\sin\left(x + \dfrac{\pi}{6}\right)$.



$y = \sin x$ のグラフを y 軸方向に $\sqrt{3}$ 倍に拡大,

x 軸方向に $-\dfrac{\pi}{6}$ 平行移動. 周期は 2π.

342. 和・差を積に直す公式より $\sin 2A + \sin 2B = 2\sin\dfrac{2A+2B}{2}\cos\dfrac{2A-2B}{2} = 2\sin(A+B)\cos(A-B)$. よって $2\sin(A+B)\cos(A-B) = 2\sin C$. 三角形の内角の和より $A+B+C=\pi$ だから $A+B=\pi-C$. よって $\sin(A+B) = \sin(\pi - C) = \sin C$ より $2\sin C\cos(A-B) = 2\sin C$. $\sin C \neq 0$ より $\cos(A-B) = 1$. $0 < A, B, C < \pi$ より $-\pi < A - B < \pi$ だから $A - B = 0$, すなわち $A = B$. よって $A = B$ の二等辺三角形.

343. (1) $\sin 3x - \sin x = 0$. 和・差を積に直す公式より $2\cos\dfrac{3x+x}{2}\sin\dfrac{3x-x}{2} = 2\cos 2x\sin x = 0$. よって

$\cos 2x = 0$ または $\sin x = 0$. $0 \leqq 2x < 4\pi$ だから $\cos 2x = 0$ より $2x = \dfrac{\pi}{2}, \dfrac{3}{2}\pi, \dfrac{5}{2}\pi, \dfrac{7}{2}\pi$. よって

$x = \dfrac{\pi}{4}, \dfrac{3}{4}\pi, \dfrac{5}{4}\pi, \dfrac{7}{4}\pi \cdots$①. $\sin x = 0$ より $x = 0, \pi \cdots$②. ①②より $x = 0, \dfrac{\pi}{4}, \dfrac{3}{4}\pi, \pi, \dfrac{5}{4}\pi, \dfrac{7}{4}\pi$.

(2) 和・差を積に直す公式より左辺 $= 2\sin\dfrac{x+3x}{2}\cos\dfrac{x-3x}{2} = 2\sin 2x\cos(-x) = 2\sin 2x\cos x$,

右辺 $= 2\sin\dfrac{2x+4x}{2}\cos\dfrac{2x-4x}{2} = 2\sin 3x\cos(-x) = 2\sin 3x\cos x$. よって

$2\sin 2x\cos x = 2\sin 3x\cos x$, すなわち $2\sin 2x\cos x - 2\sin 3x\cos x = 2\cos x(\sin 2x - \sin 3x) = 0$.

和・差を積に直す公式より $= 2\cos x \cdot 2\cos\dfrac{2x+3x}{2}\sin\dfrac{2x-3x}{2} = 4\cos x\cos\dfrac{5}{2}x\sin\left(-\dfrac{x}{2}\right)$

$= -4\cos x\cos\dfrac{5}{2}x\sin\dfrac{x}{2} = 0$. よって $\cos x = 0$ または $\cos\dfrac{5}{2}x = 0$ または $\sin\dfrac{x}{2} = 0$.

(i) $\cos x = 0$ より $x = \dfrac{\pi}{2}, \dfrac{3}{2}\pi \cdots$①.

(ii) $\cos\dfrac{5}{2}x = 0$. $0 \leqq x < 2\pi$ より $0 \leqq \dfrac{5}{2}x < 5\pi$ だから $\dfrac{5}{2}x = \dfrac{\pi}{2}, \dfrac{3}{2}\pi, \dfrac{5}{2}\pi, \dfrac{7}{2}\pi, \dfrac{9}{2}\pi$. よって

$x = \dfrac{\pi}{5}, \dfrac{3}{5}\pi, \pi, \dfrac{7}{5}\pi, \dfrac{9}{5}\pi \cdots$②.

(iii) $\sin\dfrac{x}{2} = 0$. $0 \leqq x < 2\pi$ より $0 \leqq \dfrac{x}{2} < \pi$ だから $\dfrac{x}{2} = 0$. よって $x = 0 \cdots$③.

①②③より $x = 0, \dfrac{\pi}{5}, \dfrac{\pi}{2}, \dfrac{3}{5}\pi, \pi, \dfrac{7}{5}\pi, \dfrac{3}{2}\pi, \dfrac{9}{5}\pi$.

(3) 和・差を積に直す公式より左辺 $= \cos x + \cos 3x + \cos 2x = 2\cos\dfrac{x+3x}{2}\cos\dfrac{x-3x}{2} = 2\cos 2x\cos(-x) + \cos 2x$

$= \cos 2x(2\cos x + 1) = 0$. よって $\cos 2x = 0$ または $\cos x = -\dfrac{1}{2}$.

$0 \leqq 2x < 4\pi$ だから $\cos 2x = 0$ より $2x = \dfrac{\pi}{2}, \dfrac{3}{2}\pi, \dfrac{5}{2}\pi, \dfrac{7}{2}\pi$. よって $x = \dfrac{\pi}{4}, \dfrac{3}{4}\pi, \dfrac{5}{4}\pi, \dfrac{7}{4}\pi \cdots$①.

$\cos x = -\dfrac{1}{2}$ より $x = \dfrac{2}{3}\pi, \dfrac{4}{3}\pi \cdots$②. ①②より $x = \dfrac{\pi}{4}, \dfrac{2}{3}\pi, \dfrac{3}{4}\pi, \dfrac{5}{4}, \dfrac{4}{3}\pi, \pi\dfrac{7}{4}\pi$.

344. 和・差を積に直す公式より $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$.

$\alpha + \beta + \gamma = \pi$ より $\alpha + \beta = \pi - \gamma$ だから $\dfrac{\alpha+\beta}{2} = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\gamma}{2}$. よって $\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2} = \sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\gamma}{2}\right) = \cos\dfrac{\gamma}{2} \cdots$①.

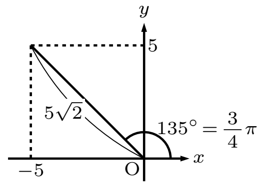
従って $\sin\alpha + \sin\beta = 2\cos\dfrac{\gamma}{2}\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$. 2 倍角の公式より $\sin\gamma = \sin 2\cdot\dfrac{\gamma}{2} = 2\sin\dfrac{\gamma}{2}\cos\dfrac{\gamma}{2}$ だから

左辺 $= 2\cos\dfrac{\gamma}{2}\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2} + 2\sin\dfrac{\gamma}{2}\cos\dfrac{\gamma}{2} = 2\cos\dfrac{\gamma}{2}\left(\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2} + \sin\dfrac{\gamma}{2}\right)$.

①同様に $\sin\dfrac{\gamma}{2} = \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\gamma}{2}\right) = \cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}$. よって左辺 $= 2\cos\dfrac{\gamma}{2}\left(\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2} + \cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right)$.

和・差を積に直す公式より左辺 $= 2\cos\dfrac{\gamma}{2}\cdot 2\cos\dfrac{\frac{\alpha+\beta}{2} + \frac{\alpha-\beta}{2}}{2}\cos\dfrac{\frac{\alpha+\beta}{2} - \frac{\alpha-\beta}{2}}{2} = 4\cos\dfrac{\gamma}{2}\cos\dfrac{\alpha}{2}\cos\dfrac{\beta}{2} =$ 右辺//

345. (1) $\sqrt{(-5)^2+5^2}=5\sqrt{2}$ より $y=5\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{3}{4}\pi\right)$. $-1\leqq\sin\left(x+\dfrac{3}{4}\pi\right)\leqq 1$ より



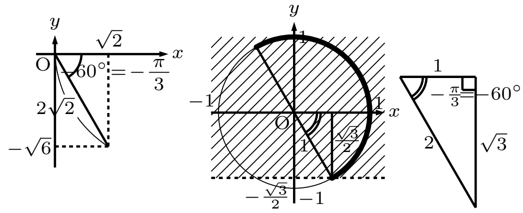
最大値 $5\sqrt{2}$, 最小値 $-5\sqrt{2}$. 最大値となるのは $\sin\left(x+\dfrac{3}{4}\pi\right)=1$ のとき,

$0\leqq x<2\pi$ より $\dfrac{3}{4}\pi\leqq x+\dfrac{3}{4}\pi<2\pi+\dfrac{3}{4}\pi$ だから $x+\dfrac{3}{4}\pi=2\pi+\dfrac{\pi}{2}$,

すなわち $x=\dfrac{7}{4}\pi$ のとき. 同様に最小となるのは $x+\dfrac{3}{4}\pi=\dfrac{3}{2}\pi$, すなわち $x=\dfrac{3}{4}\pi$ のとき.

よって $x=\dfrac{7}{4}\pi$ のとき最大値 $5\sqrt{2}$, $x=\dfrac{3}{4}\pi$ のとき最小値 $-5\sqrt{2}$ をとる.

(2) $\sqrt{\sqrt{2}^2+(-\sqrt{6})^2}=2\sqrt{2}$ より $y=2\sqrt{2}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)$. $0\leqq x\leqq\pi$ より



$-\dfrac{\pi}{3}\leqq x-\dfrac{\pi}{3}\leqq\dfrac{2}{3}\pi$ だから $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\leqq\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)\leqq 1$(右図).

$x-\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\pi}{2}$ のとき最大値 $2\sqrt{2}$, $x-\dfrac{\pi}{3}=-\dfrac{\pi}{3}$ のとき最小値

$2\sqrt{2}\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)=-\sqrt{6}$. 従って $x=\dfrac{5}{6}\pi$ のとき最大値 $2\sqrt{2}$, $x=0$ のとき最小値 $-\sqrt{6}$.

346. 2 倍角の公式より $2\sin x\cos x=\sin 2x$. また $\cos 2x=1-2\sin^2 x=2\cos^2 x-1$ だから $\sin^2 x=\dfrac{1-\cos 2x}{2}$,

$\cos^2 x=\dfrac{1+\cos 2x}{2}$. よって $y=\dfrac{1-\cos 2x}{2}+\sin 2x+5\cdot\dfrac{1+\cos 2x}{2}=\sin 2x+2\cos 2x+3$.

$\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$ より $y=\sqrt{5}\sin(2x+\alpha)+3$. ここで α は $\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{5}},\sin\alpha=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ となる角.

$-1\leqq\sin(2x+\alpha)\leqq 1$ より最小値は $3-\sqrt{5}$.

347. 条件より $f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=a\cos\dfrac{\pi}{3}+b\sin\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{1}{2}a+\dfrac{\sqrt{3}}{2}b=2, f\left(\dfrac{4}{3}\pi\right)=a\cos\dfrac{4}{3}\pi+b\sin\dfrac{4}{3}\pi=-\dfrac{1}{2}a-\dfrac{\sqrt{3}}{2}b=-2$.

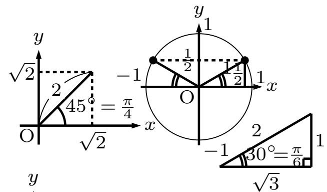
よって $a+\sqrt{3}b=4$ より $a=4-\sqrt{3}b\cdots$①. $f(x)=\sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\alpha)$ $\left(\cos\alpha=\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}},\sin\alpha=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)$

より最大値 $\sqrt{a^2+b^2}=2$, 最小値 $-\sqrt{a^2+b^2}=-2$. よって $\sqrt{a^2+b^2}=2$, すなわち $a^2+b^2=4\cdots$②.

①を②に代入 $(4-\sqrt{3}b)^2+b^2=16-8\sqrt{3}b+4b^2=4$ より $b^2-2\sqrt{3}b+3=(b-\sqrt{3})^2=0$.

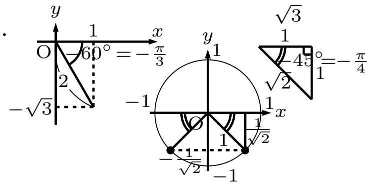
よって $b=\sqrt{3}$. ①より $a=1$.

348. (1) $\sqrt{\sqrt{2}^2+\sqrt{2}^2}=2$ より $2\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=1$. よって $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{1}{2}$. $0\leqq x<2\pi$



より $\dfrac{\pi}{4}\leqq x+\dfrac{\pi}{4}<\dfrac{9}{4}\pi$. よって $x+\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\pi}{6}+2\pi,\dfrac{5}{6}\pi$. 従って $x=\dfrac{23}{12}\pi,\dfrac{7}{12}\pi$.

(2) $\sqrt{1^2+(-\sqrt{3})^2}=2$ より $2\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)+\sqrt{2}=0$. よって $\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

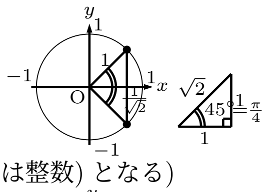


$0\leqq x<2\pi$ より $-\dfrac{\pi}{3}\leqq x-\dfrac{\pi}{3}<\dfrac{5}{3}\pi$. よって $x-\dfrac{\pi}{3}=-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{5}{4}\pi$.

従って $x=\dfrac{\pi}{12},\dfrac{19}{12}\pi$.

p.67　PLUS

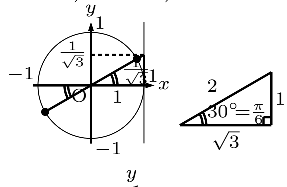
349. (1) $\cos x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. $0\leqq x<2\pi$ での解は $x=\dfrac{\pi}{4},\dfrac{7}{4}\pi$. よって一般解は



$x=\dfrac{\pi}{4}+2n\pi,\dfrac{7}{4}\pi+2n\pi$ (n は整数).

($-\pi\leqq x\leqq\pi$ での解を考えると $x=\pm\dfrac{\pi}{4}$, 一般解は $x=\pm\dfrac{\pi}{4}+2n\pi$ (n は整数) となる)

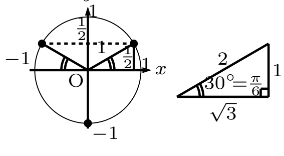
(2) $\tan x=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. $0\leqq x<2\pi$ での解は $x=\dfrac{\pi}{6},\dfrac{7}{6}\pi$. よって一般解は



$x=\dfrac{\pi}{6}+2n\pi,\dfrac{7}{6}\pi+2n\pi=\dfrac{\pi}{6}+n\pi$ (n は整数).

(3) $\cos^2 x=1-\sin^2 x$ より $2(1-\sin^2 x)=\sin x+1$. よって

$2\sin^2 x+\sin x-1=(2\sin x-1)(\sin x+1)=0$ より $\sin x=\dfrac{1}{2},-1$.



$0\leqq x<2\pi$ での解は $x=\dfrac{\pi}{6},\dfrac{5}{6}\pi,\dfrac{3}{2}\pi$. よって一般解は

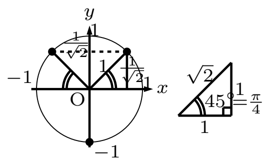
$x=\dfrac{\pi}{6}+2n\pi,\dfrac{5}{6}\pi+2n\pi,\dfrac{3}{2}\pi+2n\pi$ (n は整数).

(4) $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x} = \sqrt{2}\cos x$ より $\sin x = \sqrt{2}\cos^2 x$. $\cos^2 = 1 - \sin^2 x$ より $\sin x = \sqrt{2}(1 - \sin^2 x)$. よって

$\sqrt{2}\sin^2 x + \sin x - \sqrt{2} = (\sqrt{2}\sin x - 1)(\sin x + \sqrt{2}) = 0$ より

$\sin x = \dfrac{1}{\sqrt{2}}, -\sqrt{2}$. $-1 \leqq \sin x \leqq 1$ より $\sin x = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$. $0 \leqq x < 2\pi$ での解は

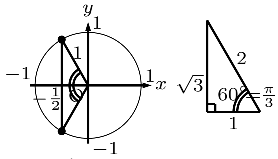
$x = \dfrac{\pi}{4}, \dfrac{3}{4}\pi$. よって一般解は $x = \dfrac{\pi}{4} + 2n\pi, \dfrac{3}{4}\pi + 2n\pi$ (n は整数).



(5) $\cos\left(x - \dfrac{\pi}{3}\right) = -\dfrac{1}{2}$. $0 \leqq x < 2\pi$ のとき $-\dfrac{\pi}{3} \leqq x - \dfrac{\pi}{3} < \dfrac{5}{3}\pi$. このとき

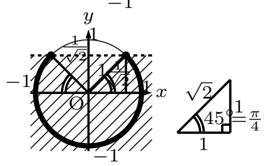
$x - \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{2}{3}\pi, \dfrac{4}{3}\pi$. よって一般解は $x = \dfrac{2}{3}\pi + 2n\pi, \dfrac{4}{3}\pi + 2n\pi$ (n は整数),

すなわち $x = \pi + 2n\pi, \dfrac{5}{3}\pi + 2n\pi$ (n は整数).



350. (1) $\sin x \leqq \dfrac{1}{\sqrt{2}}$. $\dfrac{\pi}{2} \leqq x < \dfrac{5}{2}\pi$ での解は $\dfrac{3}{4}\pi \leqq x \leqq \dfrac{9}{4}\pi$. よって一般解は

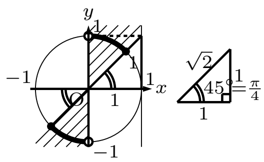
$\dfrac{3}{4}\pi + 2\pi \leqq x \leqq \dfrac{9}{4}\pi + 2\pi$ (n は整数).



(2) $0 \leqq x < 2\pi$ での解は $\dfrac{\pi}{4} \leqq x < \dfrac{\pi}{2}, \dfrac{5}{4}\pi \leqq x < \dfrac{3}{2}\pi$. よって一般解は

$\dfrac{\pi}{4} + 2n\pi \leqq x < \dfrac{\pi}{2} + 2n\pi, \dfrac{5}{4}\pi + 2n\pi \leqq x < \dfrac{3}{2}\pi + 2n\pi$ (n は整数),

すなわち $\dfrac{\pi}{4} + n\pi \leqq x < \dfrac{\pi}{2} + n\pi$ (n は整数).



(3) $\sqrt{\sqrt{3}^2 + 1^2} = 2$ より $2\sin\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right) > 1$. よって $\sin\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right) > \dfrac{1}{2}$.

$0 \leqq x - \dfrac{\pi}{6} < 2\pi$ での解は $\dfrac{\pi}{6} < x - \dfrac{\pi}{6} < \dfrac{5}{6}\pi$. よって一般解は

$\dfrac{\pi}{6} + 2n\pi < x - \dfrac{\pi}{6} < \dfrac{5}{6}\pi + 2n\pi$ (n は整数), すなわち

$\dfrac{\pi}{3} + 2n\pi < x < \pi + 2n\pi$ (n は整数)