大日本図書　新基礎数学問題集　6 章§ 1 BASIC 詳しい解答

p.69. 6 章§ 1. 点と直線　BASIC

351. OA$=\sqrt{3^2+0^2}=\sqrt{9}=3$, OB$=\sqrt{0^2+(-4)^2}=\sqrt{16}=4$, AB$=\sqrt{(0-3)^2+(-4-0)^2}=\sqrt{25}=5$.

352. (1) 求める点を $\mathrm{P}(x,0)$ とすると AP=BP より $\sqrt{(x-3)^2+(0-1)^2}=\sqrt{(x-2)^+(0-5)^2}$. よって

$\sqrt{x^2-6x+9+1}=\sqrt{x^2-4x+4+25}$. つまり $x^2-6x+10=x^2-4x+29, -2x=19, x=-\dfrac{19}{2}$.

よって $\mathrm{P}\left(-\dfrac{19}{2},0\right)$.

(2) 求める点を $\mathrm{Q}(0,y)$ とすると AQ=BQ より $\sqrt{(0-3)^2+(y-1)^2}=\sqrt{(0-2)^+(y-5)^2}$. よって

$\sqrt{9+y^2-2y+1}=\sqrt{4+y^2-10y+25}$. つまり $y^2-2y+10=y^2-10y+29, 8y=19, y=\dfrac{19}{8}$.

よって $\mathrm{Q}\left(0,\dfrac{19}{8}\right)$.

(3) 求める点を $\mathrm{R}(t,t)$ とすると AR=BR より $\sqrt{(t-3)^2+(t-1)^2}=\sqrt{(t-2)^+(t-5)^2}$. よって

$\sqrt{t^2-6t+9+t^2-2t+1}=\sqrt{t^2-4t+4+t^2-10t+25}$. つまり $2t^2-8t+10=2t^2-14t+29$,

$6t=19, t=\dfrac{19}{6}$. よって $\mathrm{R}\left(\dfrac{19}{6},\dfrac{19}{6}\right)$.

353. $\mathrm{P}(0,y)$ とすると $\sqrt{3}$AP=BP より $\sqrt{3}\sqrt{(0-1)^2+(y-2)^2}=\sqrt{(0-4)^+(y-4)^2}$. よって

$\sqrt{3(1+y^2-4y+4)}=\sqrt{16+y^2-8y+16}$. つまり $3y^2-12y+15=y^2-8y+32, 2y^2-4y-17=0$,

$y=\dfrac{4\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot 2\cdot(-17)}}{2\cdot 2}=\dfrac{4\pm 2\sqrt{38}}{4}=\dfrac{2\pm\sqrt{38}}{2}$. よって $\mathrm{P}\left(0,\dfrac{2\pm\sqrt{38}}{2}\right)$.

354. (1) 求める点を $\mathrm{P}(x,y)$ とすると $x=\dfrac{2\times 5+3\times(-5)}{3+2}=-1, y=\dfrac{2\times 7+3\times(-3)}{3+2}=1$. $\mathrm{P}(-1,1)$.

(2) 求める点を $\mathrm{Q}(x,y)$ とすると $x=\dfrac{3\times 5+2\times(-5)}{2+3}=1, y=\dfrac{3\times 7+2\times(-3)}{2+3}=3$. $\mathrm{Q}(1,3)$.

355. (1) 重心を $\mathrm{G}(x,y)$ とすると $x=\dfrac{0+2+0}{3}=\dfrac{2}{3}, y=\dfrac{0+0+3}{3}=1$. $\mathrm{G}\left(\dfrac{2}{3},1\right)$.

(2) 重心を $\mathrm{G}(x,y)$ とすると $x=\dfrac{2+0+4}{3}=2, y=\dfrac{0+3+3}{3}=2$. $\mathrm{G}(2,2)$.

356. $\mathrm{C}(x,y)$ とすると $\dfrac{2+5+x}{3}=1, \dfrac{-2+4+y}{3}=3$. よって $x=-4, y=7$. $\mathrm{C}(-4,7)$.

357. (1) 傾き 4 より $y=4x+b$ とおくと点 $(-1,2)$ を通るから $2=4\times(-1)+b$. よって $b=6$. $y=4x+6$.

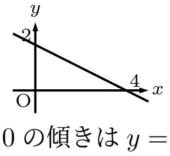
(2) x 軸と平行より $y=b$. 点 $(4,3)$ を通るから $3=b$. よって $y=3$.

(3) y 軸と平行より $x=c$. 点 $(4,3)$ を通るから $4=c$. よって $x=4$.

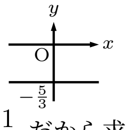
358. (1) 直線の傾きは $\dfrac{3-2}{-2-1}=-\dfrac{1}{3}$. 点 $(1,2)$ を通るから $y-2=-\dfrac{1}{3}(x-1)$. よって $y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{7}{3}$.

(2) 2 点の x 座標が等しいので $x=c$. 点 $(-\sqrt{2},4)$ を通るから $-\sqrt{2}=c$. よって $x=-\sqrt{2}$.

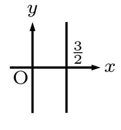
359. (1) $y=-\dfrac{1}{2}x+2$.



(2) $y=-\dfrac{5}{3}$.



(3) $x=\dfrac{3}{2}$.



360. (1) 直線 $x+2y+3=0$ の傾きは $y=-\dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{2}$ より $-\dfrac{1}{2}$ だから求める直線の傾きも同じ.

よって求める直線の方程式を $y=-\dfrac{1}{2}x+b$ とおくと点 $(1,3)$ を通るから $3=-\dfrac{1}{2}+b$. よって $b=\dfrac{7}{2}$.

求める直線の方程式は $y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{7}{2}\Leftrightarrow x+2y-7=0$.

(2) 直線 $2x+3y+7=0$ の傾きは $y=-\dfrac{2}{3}x-\dfrac{7}{3}$ より $-\dfrac{2}{3}$ だから求める直線の傾きを m とすると $-\dfrac{2}{3}m=-1$

より $m=\dfrac{3}{2}$. よって求める直線の方程式を $y=\dfrac{3}{2}x+b$ とおくと点 $(-3,0)$ を通るから $0=\dfrac{3}{2}\cdot(-3)+b$.

よって $b=\dfrac{9}{2}$. 求める直線の方程式は $y=\dfrac{3}{2}x+\dfrac{9}{2}\Leftrightarrow 3x-2y+9=0$.

361. 2 点を結ぶ線分の傾きは $\dfrac{3-1}{1-5}=-\dfrac{1}{2}$ だから求める直線の傾きを m とすると $-\dfrac{1}{2}m=-1$ より $m=2$. よって求める直線の方程式を $y=2x+b$ とおくと, この直線は 2 点の中点 $\left(\dfrac{5+1}{2}, \dfrac{1+3}{2}\right)$, すなわち $(3,2)$ を通るから $2=2\cdot 3+b$. よって $b=-4$. 求める直線の方程式は $y=2x-4 \Leftrightarrow 2x-y-4=0$.

p.70 CHECK

362. (1) AB$=\sqrt{(5-2)^2+(5-0)^2}=\sqrt{34}$. BC$=\sqrt{(7-5)^2+(3-5)^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$.

AC$=\sqrt{(7-2)^2+(3-0)^2}=\sqrt{34}$. よって AB=CA の二等辺三角形.

(2) AB$=\sqrt{\{2-(-2)\}^2+(-1-1)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$. BC$=\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2+\{2\sqrt{3}-(-1)\}^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$.

AC$=\sqrt{\{\sqrt{3}-(-2)\}^2+(2\sqrt{3}-1)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$. よって正三角形.

(3) AB$=\sqrt{(-3-0)^2+(2-1)^2}=\sqrt{10}$. BC$=\sqrt{\{-4-(-3)\}^2+(-1-2)^2}=\sqrt{10}$.

AC$=\sqrt{(-4-0)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$. よって ∠B を直角とする (AC を斜辺とする) 直角二等辺三角形.

363. 求める点を P(x,y) とすると OP=AP=BP より $\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}=\sqrt{\{x-(-1)\}^2+(y-1)^2}$.

よって $x^2+y^2=x^2+y^2-2x-4y+5=x^2+y^2+2x-2y+2$ より $2x+4y=5\cdots①, 2x-2y=-2\cdots②$.

①−② より $6y=7, y=\dfrac{7}{6}$. ①より $x=\dfrac{1}{6}$. よって P$\left(\dfrac{1}{6}, \dfrac{7}{6}\right)$.

364. P$(x,0)$ とすると. AP$=\sqrt{2}$BP より $\sqrt{(x-3)^2+(0-4)^2}=\sqrt{2}\sqrt{(x-1)^2+(0-2)^2}$. よって

$x^2-6x+25=2(x^2-2x+5)$. $x^2+2x-15=(x+5)(x-3)=0$. よって $x=-5,3$. P$(-5,0)$ または $(3,0)$.

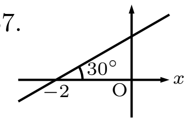
365. AB を $1:2$ の比に内分する点を P(x,y) とすると $x=\dfrac{2\cdot 1+1\cdot 3}{1+2}=\dfrac{5}{3}, y=\dfrac{2\cdot 1+1\cdot 4}{1+2}=2$. よって P$\left(\dfrac{5}{3},2\right)$.

BA を $1:2$ の比に内分する点を Q(x,y) とすると $x=\dfrac{2\cdot 3+1\cdot 1}{1+2}=\dfrac{7}{3}, y=\dfrac{2\cdot 4+1\cdot 1}{1+2}=3$. よって Q$\left(\dfrac{7}{3},3\right)$.

366. B(x_1,y_1), C(x_2,y_2) とすると M$\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}, \dfrac{y_1+y_2}{2}\right)$ だから $\dfrac{x_1+x_2}{2}=1, \dfrac{y_1+y_2}{2}=2$, すなわち

$x_1+x_2=2, y_1+y_2=4\cdots①$. 重心を G$(x,y)$ とすると $x=\dfrac{4+x_1+x_2}{3}, y=\dfrac{2+y_2+y_2}{3}$ だから

①より $x=\dfrac{4+2}{3}=2, y=\dfrac{2+4}{3}=2$. よって G$(2,2)$.

367.


求める直線の傾きは $\tan 30^\circ=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ だから, その方程式を $y=\dfrac{1}{\sqrt{3}}x+b$ とおくと, 点 $(-2,0)$ を通るから $0=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\cdot(-2)+b$. よって $b=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$. 従って $y=\dfrac{1}{\sqrt{3}}x+\dfrac{2}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x-\sqrt{3}y+2=0$.

368. 直線の傾きは $\dfrac{3-1}{2-6}=-\dfrac{1}{2}$. よって求める方程式は $y=-\dfrac{1}{2}x+b$. 点 $(6,1)$ を通るから $1=-\dfrac{1}{2}\cdot 6+b$. よって $b=4$.

求める方程式は $y=-\dfrac{1}{2}x+4 \Leftrightarrow x+2y-8=0$.

369. 2 直線 $2x-y+3=0\cdots①, x+y=0\cdots②$ の交点は ①+② より $3x+3=0, x=-1, y=1$ だから $(-1,1)$.

直線 $x-y+3=0 \Leftrightarrow y=x+3$ の傾きは 1. この直線と平行な直線の方程式は $y=x+b$. $(-1,1)$ を通ればよいから

$1=-1+b, b=2$. よって $y=x+2 \Leftrightarrow x-y+2=0$.

直線 $x-y+3=0$ と垂直な直線の傾きは -1 だからその方程式は $y=-x+b$. $(-1,1)$ を通ればよいから

$1=-(-1)+b, b=0$. よって $y=-x \Leftrightarrow x+y=0$.

370. 2 直線の傾きと切片が等しいから $3x+4y-2=0 \Leftrightarrow y=-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{1}{2}, ax+3y+c=0 \Leftrightarrow y=-\dfrac{a}{3}x-\dfrac{c}{3}$ より

$-\dfrac{3}{4}=-\dfrac{a}{3}, \dfrac{1}{2}=-\dfrac{c}{3}$. よって $a=\dfrac{9}{4}, c=-\dfrac{3}{2}$.

371. 条件より OA=OB=AB. よって $\sqrt{2^2+(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(x-2)^2+(y-2\sqrt{3})^2} \Leftrightarrow 16=x^2+y^2$

$=x^2+y^2-4x-4\sqrt{3}y+16 \Leftrightarrow 16=x^2+y^2 \cdots ①, -4x-4\sqrt{3}y+16=0 \cdots ②$. ②より $x=-\sqrt{3}y+4 \cdots ③$.

①に代入して $16=(-\sqrt{3}y+4)^2+y^2 \Leftrightarrow 4y^2-8\sqrt{3}y=4y(y-2\sqrt{3})=0$. $y=0, 2\sqrt{3}$.

③より $y=0$ のとき $x=4, y=2\sqrt{3}$ のとき $x=-2$. よって $(x,y)=(4,0),(-2,2\sqrt{3})$.