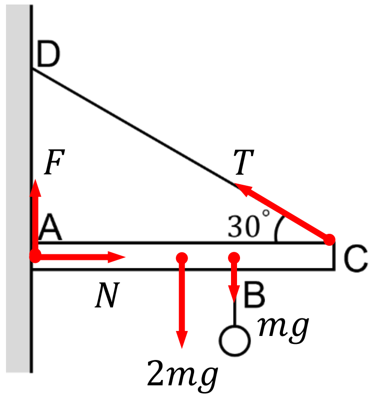
科目	物　理	１枚目 ／ ５枚中	受験番号		総得点		小計	

※注意　解答は解答欄に記入すること。余白は計算に使って良い。
すべての問題について，解答欄に書かれた内容のみを採点対象とする。

問題１．（１０×４＝４０点）

太さと密度が一様な長さ l，質量 $2m$ の棒の一端 A から距離 $\frac{2}{3}l$ の点 B に質量 m のおもりをつるす。A 端を鉛直なあらい壁にあて，他端 C と壁面 D を糸で結んだところ，棒は水平になり，糸は棒と 30° の角度をなしてつりあった。重力加速度の大きさを g とする。



(1)　糸の張力の大きさ T を求めよ。
(2)　A 端にはたらく垂直抗力の大きさ N を求めよ。
(3)　A 端にはたらく静止摩擦力の大きさ F を求めよ。
(4)　棒が壁から外れないためには，壁と棒との間の静止摩擦係数 μ はいくら以上であればよいか。

【解答】

(1)　点 A まわりの力のモーメントのつりあいより $T\sin 30^\circ \cdot l - mg\cdot\frac{2}{3}l - 2mg\cdot\frac{1}{2}l = 0$
　　これを T について解くと，$T = \frac{10}{3}mg$
(2)　水平方向の力のつりあいより $N - T\cos 30^\circ = 0$
　　T を代入して N を求めると，　$N = \frac{5\sqrt{3}}{3}mg$
(3)　鉛直方向の力のつりあいより $F + T\sin 30^\circ - mg - 2mg = 0$
　　T を代入して F を求めると，　$F = \frac{4}{3}mg$
(4)　静止摩擦力 F が最大摩擦力 μN を超えなければよい。　$F \leq \mu N$
　　(2) (3) を代入して μ に対する条件を求めると

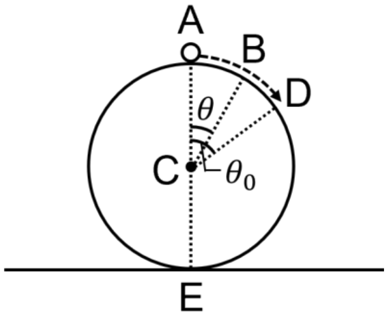
$$\mu \geq \frac{4}{5\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{15}$$

【解答欄】

(1)	(2)
$\frac{10}{3}mg$	$\frac{5\sqrt{3}}{3}mg$
(3)	(4)
$\frac{4}{3}mg$	$\frac{4\sqrt{3}}{15}$ 以上

科目	物　理	２枚目／５枚中	受験番号		総得点		小計	

問題２．（１０×５＝５０点）



半径 r のなめらかな円筒を水平面に固定し，円筒の断面の最高点 A から質量 m の小球を静かにすべらせた。重力加速度の大きさを g とする。

(1) 点 C を円筒の断面の中心とし，$\angle\mathrm{ACB} = \theta$ とする。
　点 B での小球の速さ v_{B} を求めよ。

(2) 点 B での垂直抗力 N_{B} を求めよ。

(3) $\angle\mathrm{ACD} = \theta_0$ とする。点 D で小球は円筒面から離れた。$\cos\theta_0$ を求めよ。

(4) 点 D での小球の速さ v_{D} を r, g を用いて表せ。

(5) 点 D を原点 O とし，図の水平方向右向きを x 軸の正の向き，鉛直方向下向きを y 軸の正の向きとする。点 D で小球が円筒面から離れた後の小球の軌道を x, y, r を用いて表せ。

【解答】

(1) 水平面を重力による位置エネルギーの基準とする。点 A と点 B の間の力学的エネルギー保存則より
　$mg\cdot 2r = \frac{1}{2}mv_{\mathrm{B}}^2 + mg(r + r\cos\theta)$，　これを v_{B} について解くと，$v_{\mathrm{B}} = \sqrt{2gr(1-\cos\theta)}$

(2) 非慣性系で考えると，CB 方向については，小球にはたらく重力の CB 方向の分力と遠心力と垂直抗力がつり合うので
　$N_{\mathrm{B}} + m\frac{v_{\mathrm{B}}^2}{r} - mg\cos\theta = 0$，　(1)の結果を代入して整理すると $N_{\mathrm{B}} = mg(3\cos\theta - 2)$

(3) (2)の結果を用いると $N_{\mathrm{D}} = mg(3\cos\theta_0 - 2)$，面から離れるとき $N_{\mathrm{D}} = 0$ となる。すなわち
　$mg(3\cos\theta_0 - 2) = 0$　　$\therefore \cos\theta_0 = \frac{2}{3}$

(4) (1)の結果を用いると $v_{\mathrm{D}} = \sqrt{2gr(1-\cos\theta_0)}$，(3)を代入して整理すると $v_{\mathrm{D}} = \sqrt{\frac{2}{3}gr}$

(5) 点 D から離れた時刻を 0 とし，t 秒後の小球の位置を (x, y) とする。
　x 軸方向は初速度　$v_{\mathrm{D}}\cos\theta_0$ で等速直線運動と同様の運動を行うので　$x = v_{\mathrm{D}}\cos\theta_0\cdot t$ ･･･①
　y 軸方向は初速度　$v_{\mathrm{D}}\sin\theta_0$ で鉛直投げ下ろしと同様の運動を行うので　$y = v_{\mathrm{D}}\sin\theta_0\cdot t + \frac{1}{2}gt^2$･･･②
　①に(3)，(4)の結果を代入し，t を求めると $t = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{2gr}}x$　･･･③
　②に③，(4)の結果，及び　$\sin\theta_0 = \sqrt{1-\cos^2\theta} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ を代入し整理すると　$y = \frac{\sqrt{5}}{2}x + \frac{27}{16r}x^2$

【解答欄】

(1)	(2)	(3)
$\sqrt{2gr(1-\cos\theta)}$	$mg(3\cos\theta - 2)$	$\frac{2}{3}$
(4)	(5)	
$\sqrt{\frac{2}{3}gr}$	$y = \frac{\sqrt{5}}{2}x + \frac{27}{16r}x^2$	

問題３．（１０×５＝５０点）

１ mol の単原子分子理想気体の絶対温度と体積を，図の A→B→C→A の順に変化させた。状態 A の気体の圧力を p，B→C の過程で気体が吸収した熱量を Q，気体定数を R とする。

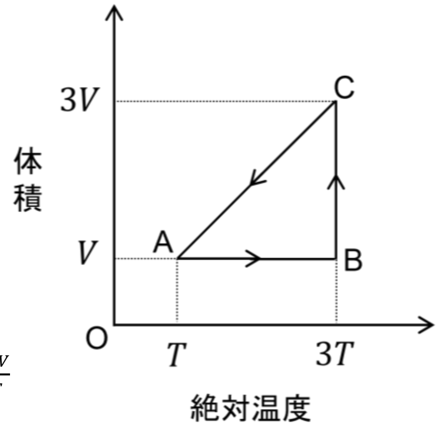
(1) 状態 B における気体の圧力を p を用いて表せ。

(2) C→A の過程で気体がした仕事を p,V を用いて表せ。

(3) A→B→C→A の過程で気体が吸収する熱量を Q,R,T を用いて表せ。

(4) A→B→C→A の過程で気体がする仕事を Q,R,T を用いて表せ。

(5) このサイクルを熱機関とみなしたときの熱効率をQ,R,T を用いて表せ。



【解答】

(1) 状態 B における気体の圧力を p_{B} とする。ボイル・シャルルの法則より，$\frac{pV}{T}=\frac{p_{\mathrm{B}}V}{3T}$

これより，$p_{\mathrm{B}}=3p$

(2) C→A では $\frac{V}{T}$ が一定で定圧変化となる。よって，$W_{\mathrm{C\to A}}=p\Delta V=p(V-3V)=-2pV$

(3)〔A→B〕定積変化であるので，$Q_{\mathrm{A\to B}}=nC_V\Delta T_{\mathrm{A\to B}}=\frac{3}{2}R(3T-T)=3RT$（吸収）。

〔B→C〕問題文より $Q_{\mathrm{B\to C}}=Q$（吸収）。

〔C→A〕定圧変化であるので，$Q_{\mathrm{C\to A}}=nC_p\Delta T_{\mathrm{C\to A}}=\frac{5}{2}R(T-3T)=-5RT$（放出）。

以上より，気体が吸収する熱量は $3RT+Q$

(4)〔A→B〕定積変化であるので気体は仕事をしない。$W_{\mathrm{A\to B}}=0$

〔B→C〕気体は外部に仕事をするので $\Delta U_{\mathrm{B\to C}}=Q-W_{\mathrm{B}\to C}$

一方，$T_{\mathrm{B}}=T_{\mathrm{C}}$ より$\Delta U_{\mathrm{B\to C}}=\frac{3}{2}nR\Delta T_{\mathrm{B\to C}}=\frac{3}{2}R(T_{\mathrm{C}}-T_{\mathrm{B}})=0$ である。

よって，$W_{\mathrm{B\to C}}=Q$

〔C→A〕(2) より $W_{\mathrm{C\to A}}=-2pV=-2RT$

ここで，状態 A における理想気体の状態方程式 $pV=nRT=RT$ を適用した。

以上より，気体がする仕事は $Q-2RT$

(5) $e=\frac{W_{\mathrm{A\to B\to C\to A}}}{Q_{\text{吸収}}}=\frac{Q-2RT}{3RT+Q}$　（別解：$e=\frac{Q_{\text{吸収}}-Q_{\text{放出}}}{Q_{\text{吸収}}}=\frac{3RT+Q-5RT}{3RT+Q}=\frac{Q-2RT}{3RT+Q}$）

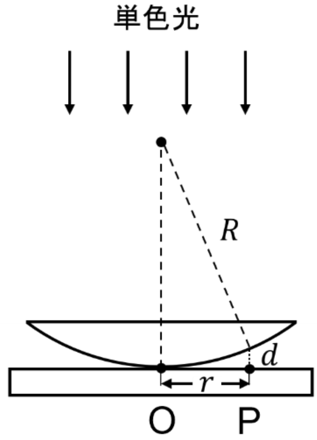
【解答欄】

(1)	(2)	(3)
$3p$	$-2pV$	$3RT+Q$
(4)	(5)	
$Q-2RT$	$\frac{Q-2RT}{Q+3RT}$	

科目	物　理	４枚目／５枚中	受験番号		総得点		小計	

問題４．（１０×６＝６０点）

平面ガラスの上に球面半径 R の平凸レンズを置き，上から平面に垂直に波長 λ の単色光を当てる。反射光を上から観察すると，レンズとガラス板との接点 O を中心とする同心円状の縞(しま)模様が見えた。点 O から r 離れた点 P での空気層の厚さを d，空気の屈折率を 1 とする。



(1) 位置 P が暗く見えるための条件式を $d, \lambda, m\ (m = 0, 1, 2, \cdots)$ を用いて表せ。

(2) 中心 O 付近は明るく見えるか，暗く見えるか。

(3) 位置 P が暗く見えるとき，暗環の半径 r を $R, \lambda, m\ (m = 0, 1, 2, \cdots)$ を用いて表せ。ただし，ガラスとレンズの間に挟まれた空気層の厚さは，R に比べて十分小さいものとする。また，$\alpha \ll 1$ のとき，$(1+\alpha)^n \fallingdotseq 1 + n\alpha$ が成り立つとする。

(4) 青い光を用いて実験を行った場合と赤い光を用いて実験を行った場合とでは，m 番目の暗環の半径はどちらが大きいか。

(5) ガラスとレンズの間を屈折率 $n\ (n > 1)$ の液体で満たしたとき，中心から数えて m 番目の暗環の半径 r' は，間が空気の場合の m 番目の半径 r の何倍になるか。ただし，n はレンズとガラスの屈折率より小さいものとする。

(6) 再びレンズとガラスの間を空気にして，下から透過光を観察した。位置 P は明るく見えるか，暗く見えるか。

【解答】

(1) 空気層の上面で反射した光と空気層の下面で反射した光が干渉する。空気層の下面で反射した光は位相が反転するので，逆位相で干渉する場合の条件が適用される。よって，暗く見える条件は $2d = m\lambda \quad (m = 0,1,2,\cdots)$

(2) 暗く見える条件は $2d = m\lambda \quad (m = 0,1,2,\cdots)$，明るく見える条件は $2d = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (m = 0,1,2,\cdots)$ である。
中心 O 付近は空気層の厚み d が $d = 0$ となり，暗く見えるための条件式において $m = 0$ の場合に該当する。
よって，中心 O 付近は暗く見える。

(3) 三平方の定理より $R^2 = (R-d)^2 + r^2 \quad \therefore R^2 = R^2\left(1 - \frac{d}{R}\right)^2 + r^2$，$\frac{d}{R} \ll 1$ より $\left(1 - \frac{d}{R}\right)^2 \fallingdotseq 1 - 2\frac{d}{R}$ が成り立つので

$R^2 = R^2\left(1 - 2\frac{d}{R}\right) + r^2 \quad \therefore 2d = \frac{r^2}{R}$　(1) の結果に代入すると $\frac{r^2}{R} = m\lambda \quad \therefore r = \sqrt{mR\lambda} \quad (m = 0,1,2,\cdots)$

(4) 赤い光は青い光より波長 λ が大きい。よって，(3) の結果より，赤い光を用いた方が暗環の半径は大きい。

(5) 屈折率 n の液体中では光の波長は $\frac{1}{n}$ 倍となる。(3) の結果より暗環の半径は $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 倍となる。

(6) 空気層の下面で反射し，更に空気層の上面で反射した後透過する光と，一度も反射せずに透過する光が干渉する。光路差は $2d$ であり，空気層の下面・上面の両方で反射する光は位相が 2 度反転するので，同位相で干渉することになり，(1) の条件式は明るく見えるための条件式となる。よって，下から観察すると位置 P は明るく見える。

【解答欄】

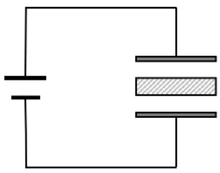
(1)	(2)	(3)
$2d = m\lambda$	暗く見える	$\sqrt{mR\lambda}$
(4)	(5)	(6)
赤い光	$\frac{1}{\sqrt{n}}$ 倍	明るく見える

科目	物　理	５枚目／５枚中	受験番号		総得点		小計	

問題５．（１０×５＝５０点）

極板間の距離 d，電気容量 C の平行板コンデンサーを起電力 V の電池につないだ。次の各場合について答えよ。

［ｉ］極板と同じ面積で厚さ $\frac{d}{3}$ の金属板を極板間に平行にいれる。

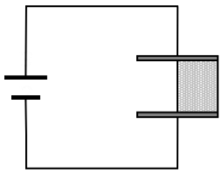


(1) 金属板内の電場の強さを求めよ。

(2) 極板と金属板間の電場の強さを求めよ。

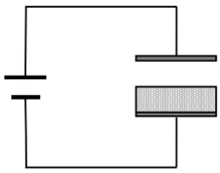
(3) コンデンサーの電気容量を求めよ。

［ｉｉ］極板間の右半分を比誘電率 ϵ_r の誘電体で満たす。



(4) コンデンサーの電気容量を求めよ。

［ｉｉｉ］極板間の下半分を比誘電率 ϵ_r の誘電体で満たす。



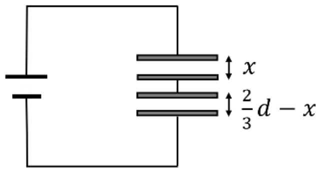
(5) コンデンサーの電気容量を求めよ。

【解答】

(1) 導体内の電場の強さは 0 である。

(2) 2 つのコンデンサーの直列接続とみなすことができる。図の上側の極板と金属板上面との距離を x，極板と金属板間の電場の強さを E' とすると

$V = E'x + E'\left(\frac{2}{3}d - x\right)$ ， これより $E' = \frac{3V}{2d}$



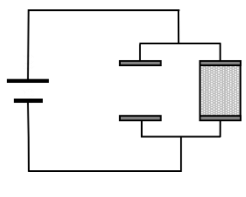
(3) 極板の面積を S，真空の誘電率を ε_0 とすると，$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$，$C_1 = \varepsilon_0 \frac{S}{x}$，$C_2 = \varepsilon_0 \frac{S}{\frac{2}{3}d - x}$

$\frac{1}{C_{\mathrm{i}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ より $C_{\mathrm{i}} = \frac{3}{2} \cdot \varepsilon_0 \frac{S}{d} = \frac{3}{2}C$

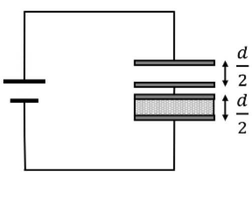
(4) 面積 $\frac{S}{2}$ の 2 つのコンデンサーの並列接続とみなすことができる。

$C_3 = \varepsilon_0 \frac{\frac{S}{2}}{d} = \frac{1}{2}C$，$C_4 = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\frac{S}{2}}{d} = \frac{\varepsilon_r}{2}C$，$C_{\mathrm{ii}} = C_3 + C_4$ より $C_{\mathrm{ii}} = \frac{1+\varepsilon_r}{2}C$

(4)



(5)



(5) 2 つのコンデンサーの直列接続とみなすことができる。

$C_5 = \varepsilon_0 \frac{S}{\frac{d}{2}} = 2C$，$C_6 = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{\frac{d}{2}} = 2\varepsilon_r C$，$\frac{1}{C_{\mathrm{iii}}} = \frac{1}{C_5} + \frac{1}{C_6}$ より $C_{\mathrm{iii}} = \frac{2\varepsilon_r}{1+\varepsilon_r}C$

【解答欄】

(1)	(2)	(3)
0	$\frac{3V}{2d}$	$\frac{3}{2}C$
(4)	(5)	
$\frac{1+\varepsilon_r}{2}C$	$\frac{2\varepsilon_r}{1+\varepsilon_r}C$	