計測工学20

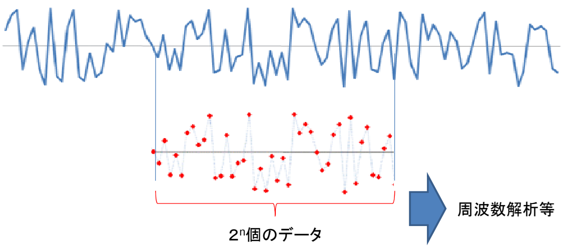
信号の処理

サンプリング

- ディジタルデータの取得
  - 標本化(サンプリング)
    - 時間的に連続なアナログ信号の瞬時値を一定周期ごとに取り出す
    - サンプリング定理「サンプリングによって得られた信号から、元の信号へ完全に再現できるためには、信号波が含む最大周波数fcの2倍以上のサンプリング周波数fsでサンプリングしなければならない」
  - 量子化(ディジタル化)
    - サンプリングしたアナログ量をディジタル数値に変換する
  - 符号化
    - 2進nビットデータに直す

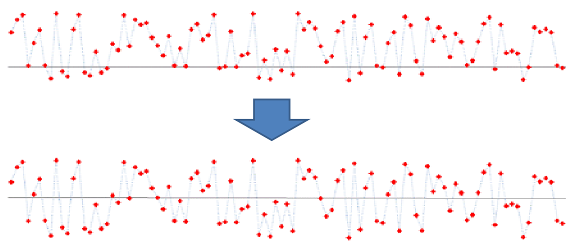
サンプリング

- 信号処理(周波数解析など)のためのデータの個数
  - FFT(高速フーリエ変換)は2^n個のデータを必要とするため、2^n個とすることが多い



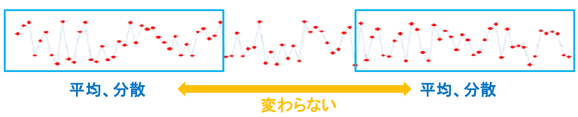
データの平均

- サンプリングした信号データの平均μが0でない場合は、相関等の解析のためには平均が0となるように信号データからμを減算すると良い

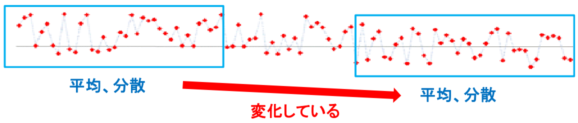


ノイズの性質(ランダム雑音)

- 確率過程　ノイズの値は確率的(性質は平均値と分散で表すが、実際の値は予測不可能)
- 定常過程　ランダムなノイズの平均や分散が、どの時刻においても変わらない確率過程を定常過程という。

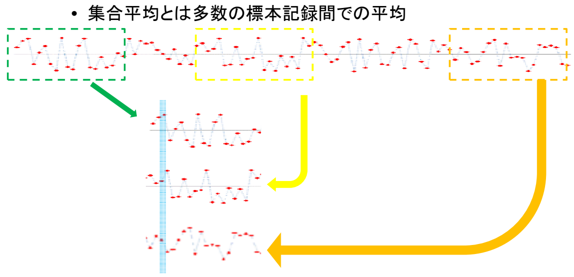


- 非定常過程　平均や分散が変化している



ノイズの性質

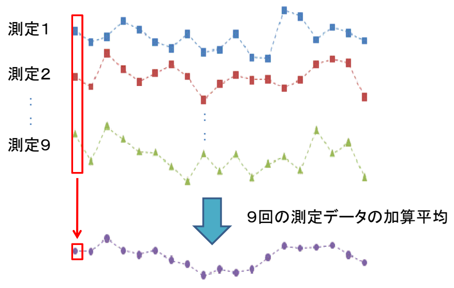
- エルゴード性
  - 時間平均がどの時間帯をとっても変わらず(定常過程)、集合平均とも一致する過程をエルゴード過程という
    - 集合平均とは多数の標本記録間での平均



信号のアベレージング

- 入力信号の再現性が高い場合、同一条件で波形の測定をN回行い、始点と位相を考慮して加算平均することでS／N（信号とノイズの比）が改善する（ノイズを除去できる）。これをアベレージングという。
  - N回の信号成分の加算平均 → 振幅は同じ
  - N回のノイズ成分の加算平均 → 1／√n
  - S／Nは√n倍に改善される

アベレージング（例：9回）



演習

- Excelのデータ系列に対してアベレージングを行い、効果を確認する
  - まず、元データ系列（数系列）をグラフにする
  - 次に、すべてのデータ系列の集合平均による、アベレージングを行い、アベレージングしたデータをグラフにする
  - 元データとアベレージングデータのS／Nの改善を確認する

移動平均法（平滑化）

- 移動平均法（MA：moving average）
  - 中心の信号と、その前後m個の信号に重みをかけて加算する
    - 加算する信号の個数　2m＋1
    - 重みの合計＝1 （合計が1でない場合は、合計Wで割って正規化する）

$$y(i) = \frac{1}{W}\sum_{j=-m}^{m} w(j)x(i+j), \quad j = m, m+1, \dots, n-m-1$$

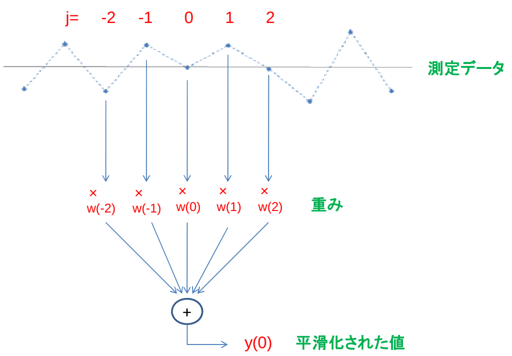
入力信号：$x(i)$

重み関数：$w(j)$

平滑値：　$y(j)$

正規化定数：$W = \sum_{j=-m}^{m} w(j)$

移動平均法（MA）



単純移動平均法

- 重みが均一（通常の平均）

3点単純移動平均

$$y(i) = \frac{1}{3}(x_{i-1} + x_i + x_{i+1})$$

5点単純移動平均

$$y(i) = \frac{1}{5}(x_{i-2} + x_{i-1} + x_i + x_{i+1} + x_{i+2})$$

  - 両端の信号のないところは
    - 0とおく
    - 5点と3点を併用する

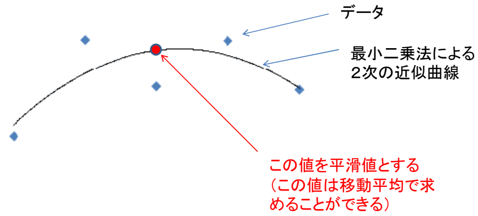
    などすればよい

演習

- Excelのデータ系列に対して、単純移動平均を行い、効果を確認する
  - まず、元データをグラフ化する
  - 次に、移動平均のデータを作成する（3点、5点）
  - 移動平均のデータをグラフ化する

多項式適合法による移動平均

- Savitzky-Golay法
  - 最小二乗法によって多項式（2次式または3次式）に近時できる点を求める



Savitzky-Golay法：重みの導出（5点）

2次式：$y=a_2t^2+a_1t+a_0$

標本番号t	サンプルx	近似y
-2	X_{-2}	$4a_2-2a_1+a_0$
-1	X_{-1}	$a_2-a_1+a_0$
0	X_0	a_0
1	X_1	$a_2+a_1+a_0$
2	X_2	$4a_2+2a_1+a_0$

$$
\begin{aligned}
2\text{乗誤差}\ E = &\{(4a_2-2a_1+a_0)-x_{-2}\}^2 \\
&+\{(a_2-a_1+a_0)-x_{-1}\}^2 \\
&+\{(a_0)-x_0\}^2 \\
&+\{(a_2+a_1+a_0)-x_1\}^2 \\
&+\{(4a_2+2a_1+a_0)-x_2\}^2
\end{aligned}
$$

演習

- Savitzky-Golay法による移動平均の計算を行い、効果を確認する
  - 先ほどの単純移動平均に用いた元データに対して、Savitzky-Golay法による移動平均を計算する
  - Savitzky-Golay法の重みは教科書P159　表9．1の参照点数5の重みを使用する。(-3, 12, 17, 12, -3)
  - 結果をグラフ化する