

計測工学12

分散分析1(一元配置法)

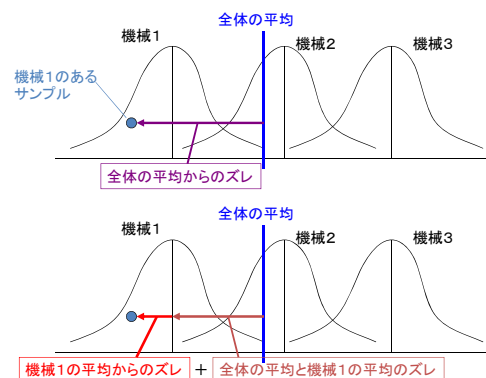
結果が異なっている(同じでない)
ことを検定する必要性

- あるプラスチックを開発したとき、**従来のものより実際に優れているかどうか**を比較実験し、検定する
- 調味料の開発では、各種成分の最適なものを決めるために、**複数の標本**を同時に実験し、結果を正しく検定する
- ある製品を製造する機械がk台(k水準)あり、i番目の機械からサンプルを最大 n_i 個抜き取り、**機械差の有無を検査**する

分散分析のしくみ

- いくつかの要因(因子)によって測定値が変動するとき、**各因子の水準が異なることにより生じた部分と、誤差により生じた部分と**に分解して、比較検討することを**分散分析**という
- 例えば、k台の機械(k水準)から製造される製品について、**機械が異なることによる変動と、誤差による変動**に分解して比較する

分散分析のしくみ



分散分析のしくみ

測定値 x_{ij} : i :水準(機械番号) j :同一水準(同一機械)からのサンプル
 平均値 \bar{x} :全平均値, \bar{x}_i :水準ごと(機械ごと)の平均値 n_i :機械 i からのサンプル数

全変動

$$\text{全平方和(ST)} = \text{群内平方和(SW)} + \text{群間平方和(SB)}$$

$$\sum_i \sum_j (x_{ij} - \bar{x})^2 = \sum_i \sum_j (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 + \sum_i n_i (\bar{x}_i - \bar{x})^2$$

となる。

 $i=2$ (機械2)

群内変動(右辺第1項):

1機械内での繰り返し測定によるばらつきで、偶然誤差の変動

群間変動(右辺第2項):

機械ごとに変化している、系統的な誤差の変動

群内変動 < 群間変動

ならば群間変動は有意であると考え。

変動の分解の確認(5.10式)

- 教科書63ページの例で(5.10)式を確認する(Excelシート)

一元配置法

- 測定値に変動が生じる要因が1種類であると考えられるとき、または、大づかみに1つの要因であるとしたときに一元配置法を用いる。
- 手順
 - まず、群間と群内の平方和を求める(S_B , S_W)
 - 次に群間と群内の自由度を求める($\phi_B=k-1$, $\phi_W=N-k$)
 - 群間のばらつきからの不偏分散と群内のばらつきからの不偏分散を求める($V_B=S_B/\phi_B$, $V_W=S_W/\phi_W$)
 - 不偏分散比をもとめる($F=V_B/V_W$)
 - Fの値をF分布の有意水準に対する値と比較し、群間に差があったかどうかを判断する(検定)

自由度について

- 不偏分散
 - (残差の二乗和)/(n-1) と学んだ
 - 実際は (残差の二乗和)/自由度

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \text{ であるので}$$

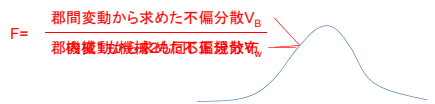
$$(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2$$

この2つの値は自由に決まる がこの値は前の2つの値が決まれば既に決まっている

自由度は2

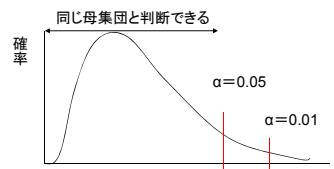
一元配置法の考え方

- 機械には差がない(全ての機械のパラツキは同じ母集団に属し、同じ正規分布をもつ)ことを仮定してみる
- その上で、群間変動と群内変動から母集団の標準偏差を予測する(不偏標準偏差を求める)
- 群間変動から求めた不偏標準偏差と群内変動から求めた不偏標準偏差を比較する
- 一つの母集団に対する二つの不偏標準偏差の比がある値になる確率はどれほどかは、統計的にわかっている(F分布)
- もし、求めた二つの不偏標準偏差の比の値が現れる確率が非常に低いのであれば、それはもともとの仮定(全ての機械は同じ母集団に属している)が間違っていたと考えてよいのではないか。



F分布とは

- F: 統計学者フィッシャーの頭文字
- 同じ母集団から求めた2組の不偏分散に対して、不偏分散比Fがどのような値になるかを確率的に示したもの



分散分析の評価

- 有意水準
 - 検定のために定めておく確率 α
- 棄却領域R
 - 有意水準 α を与える領域
- 評価
 - 求めた $F > (\alpha=0.01 \text{ の } F \text{ 分布表の値})$
有意差あり
 - $(\alpha=0.01 \text{ の値}) > \text{求めた } F > (\alpha=0.05 \text{ の値})$
有意水準5%で有意差あり
 - 求めた $F < (\alpha=0.05 \text{ の値})$
95%の確かさで有意差なし

教科書の例の確認

- P65の例で一元配置法を確認する(Excel)
- P67 演習問題5.3を一元配置法で分散分析する