計測工学21

相関関数

単純移動平均の周波数特性

- 位相は変化しない
- 振幅特性(ゲイン)は

$$G=\frac{1}{2\pi f\tau}\sqrt{2(1-\cos 2\pi f\tau)}$$

ただし Δt : サンプリング間隔

fs : サンプリング周波数 ($=1/\Delta t$)

f : 信号周波数

M : 移動平均点数

$\tau : M\Delta t\ [s]$

単純移動平均の遮断周波数

- 遮断周波数fc：ゲインが1／√2となる周波数
- ゲインの式より

$$\frac{1}{2\pi f_c\tau}\sqrt{2(1-\cos 2\pi f_c\tau)}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

これより

$$\pi f_c\tau=\sqrt{1-\cos 2\pi f_c\tau}$$

したがって

$$f_c\tau=0.443$$

移動平均点数M ($\tau=M\Delta t$) は

$$M=\frac{0.443}{f_c}\cdot\frac{1}{\Delta t}=\frac{0.443}{f_c}f_s$$

移動平均点数Mを決定する

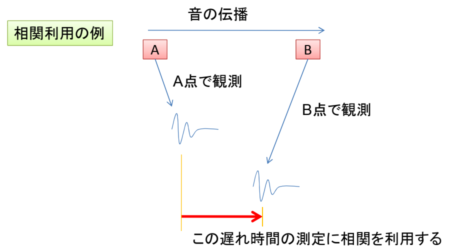
- 例)
  - サンプリング周波数 fs=1kHz
  - 遮断周波数　fc=100Hz　の場合には
  - M=0.443(1000/100)=4.43となり、切り上げて5点とする(Mは奇数)
- 例題9．２
  - サンプリング周波数fs=10kHz
  - M=5
  - このときの遮断周波数fc=0.443fs/M
    =0.443×10000/5=870Hz

演習

- 単純移動平均の遮断周波数に関する演習をExcelで行う

相関法

- 2つの時系列信号x(t), y(t)の関係の深さ、類似度を表す



相互相関関数

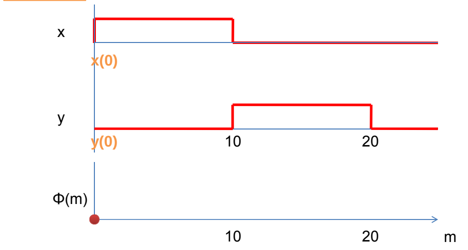
- 2つのデータ系列 x(t), y(t)について、x(t)とmΔtだけずらしたy(t)（つまりy(t+mΔt)）の積の平均を求める
- 式で表すと

$$\phi_{xy}(m) = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} x(i)\,y(i+m)$$

相互相関関数

$$\phi_{xy}(m) = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} x(i)\,y(i+m)$$

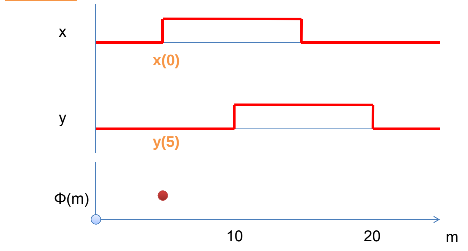
m＝0の時



相互相関関数

$$\phi_{xy}(m) = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} x(i)\,y(i+m)$$

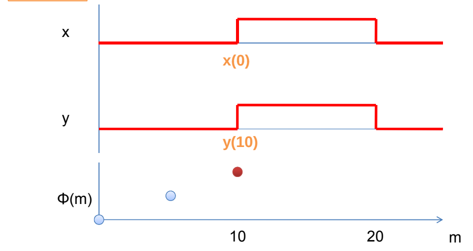
m=5の時



相互相関関数

$$\phi_{xy}(m) = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} x(i)\,y(i+m)$$

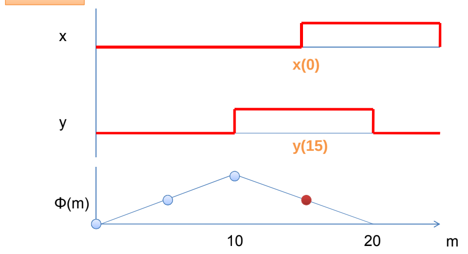
m=10の時



相互相関関数

$$\phi_{xy}(m) = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} x(i)\,y(i+m)$$

m=15の時



演習

- Excelで相互相関　演習1を行い、相互相関の基礎を理解する
  - 以下に式の例を示すので参考にするとよい

			m	0	1	2
			Φ(m)			
t	x(t)	y(t)		積は以下rに計算する		
0	0	0		=$B12*$C12	=$B12*$C13	=$B12*$C14
0.001	0	0				
0.002	0.11	0				
0.003	0.2	0				
0.004	0.1	0				
0.005	0	0				

下へコピー

相関法の注意点

- 相関法を行う前に、データの平均を0にしておく（データから平均を差し引いておく＝オフセットを除去する）

$x(t), y(t)$は平均0のデータであるとする。
今、オフセットのあるデータ

$$X(t) = x(t) + C,\quad Y(t) = y(t) + D$$

を観測したとする。この時、$X(t), Y(t)$で相関を求めると

$$\begin{aligned}
\phi_{XY}(m) &= \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} X(i)Y(i+m) \\
&= \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} \left(x(i)+C\right)\left(y(i+m)+D\right) \\
&= \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} \left\{x(i)y(i+m) + Dx(i) + Cy(i+m) + CD\right\} \\
&= \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} x(i)y(i+m) + D\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} x(i) + C\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} y(i+m) + CD\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} 1 \\
&= \phi_{xy}(m) + CD
\end{aligned}$$

となり、オフセットが大きい場合、相関関数の変化が埋もれて見えにくくなる

演習

- Excelで相互相関　演習2を行い、オフセットの影響を確認する

自己相関関数

- 相互相関関数の式におけるy(t)をx(t)に置き換え、自分自身との相関をみる

$$\phi_{xx}(m) = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} x(i)x(i+m)$$

- 自己相関関数の性質
  - 偶関数　Φxx(m)=Φxx(-m)
  - m=0で最大
  - 不規則信号では、Φxx(0)以外はΦxx(m)=0
  - 周期関数に対しては、Φxx(m)も周期関数
    （Φxx(m)が最大となるところで、関数の周期がわかる）

演習

- 自己相関関数に関する演習問題を行う