

計測工学

番外

実験での線の引き方と最小二乗法

実験データへの線の引き方

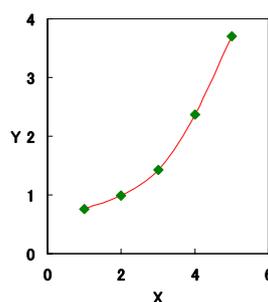
- 実験データを結ぶ
 - 実験の誤差が十分小さいとき
- 最小二乗法
 - データが当てはまるべき関数形式がわかっているとき
 - 実験結果に対して線形関係(等の関係)をみたいとき
- 避けたいこと
 - 意味もわからず、とにかくコンピュータが引いてくれる線だからいや、とスムージングした線を入れて満足する

実験データへの線の引き方

別の見方をすると...

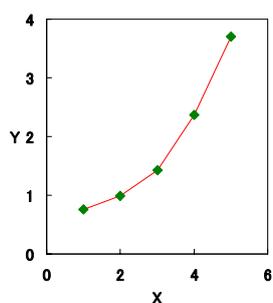
- 実験結果をグラフ化して**表示**する
 - 誤差が小さい実験で、測定点数等がしっかりとてれば、実験結果を結ぶ
 - 誤差が大きい場合は、実験において誤差を小さくする努力をする(n回の測定の平均をとれば、誤差は $(1/\sqrt{n})$ になる)
 - それでも誤差が大きい場合は、
 - それは誤差なのか?(再現性、安定性は?)
 - 標準偏差や確率誤差を評価してみる
 - 避けたいこと
 - 意味もわからずスムージングした線を引き
- 実験結果を**分析**する
 - 最小二乗法などの方法で、関数に近似する等

実験データへの線の引き方



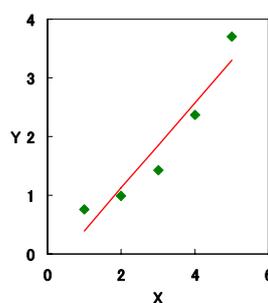
- これは、Excelの散布図で、「スムージング」を施した線を選択した場合の図です。
- この線は「**どのようにして引かれているか**」知っていますか?
- 実験データは $x=1,2,3,4,5$ の5点ありますが、例えば $x=2.5$ での**赤い線上のYの値は、どのような意味を持っているのでしょうか?**

実験データへの線の引き方



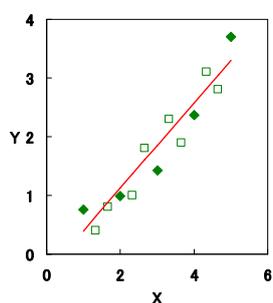
- これは、Excelの散布図で、測定点間を**直線**で結んだ場合の図です。
- この線は測定点を「**線形補完**」したものです。
- 実験データは $x=1,2,3,4,5$ の5点ありますが、例えば $x=2.5$ での赤い線上のYの値は、 $x=2,3$ の測定点を線形補完した値と言えます。

実験データへの線の引き方



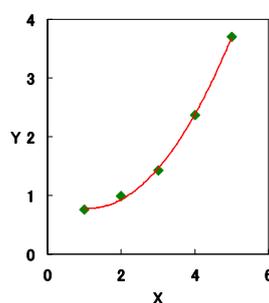
- これは、最小二乗法による**1次式(直線)への近似**です。
- 5点の**測定データが1次式の関係にあることがわかっている場合**、この線は実験データから1次式を求めたという意味があります。つまり

実験データへの線の引き方



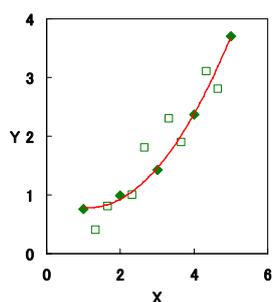
- 実際は、実験回数を増やせばこのように1次式の関係があるが誤差の大きい実験において、実験での測定点数を5にして実験回数を少なくし、その上で1次式を求めたことになります。(実験結果が1次式になることが分かっていたため、実験回数を少なく出来たとも言えます)

実験データへの線の引き方



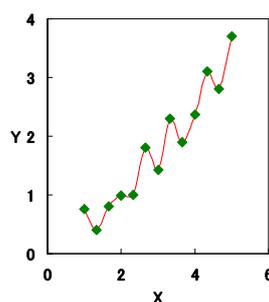
- これは、最小二乗法による**2次式への近似**です。
- 明らかに1次式への近似よりも実験データに近い(二乗誤差が小さい)です。しかし

実験データへの線の引き方



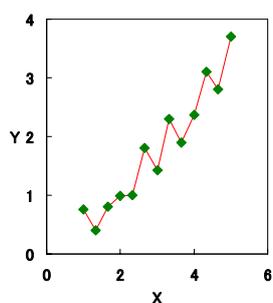
- (測定結果の関数形がわかっおらず)実際は、実験回数を増やせばこのように誤差の大きい実験において、一致するからといって2次式に近似したのであれば、**実験方法(測定点数)と分析方法(近似すべき式)に問題があった**ということになります。

実験データへの線の引き方



- ちなみに、このような誤差の大きい実験結果に対して、左図のようにスムージングした線で測定点を結んだり、

実験データへの線の引き方



- 直線で結んでも、その線は意味のあるものとは言えません。(実験の誤差が大きすぎるのです)

実験データへの線の引き方

もう一度まとめると・・・

- 実験結果をグラフ化して**表示**する
 - 誤差が小さい実験で、測定点数等がしっかりとてれば、実験結果を結ぶ
 - 誤差が大きい場合は、実験において誤差を小さくする努力をする(n回の測定の平均をとれば、誤差は $(1/\sqrt{n})$ になる)
 - それでも誤差が大きい場合は、
 - それは誤差なのか？(再現性、安定性は?)
 - 標準偏差や確率誤差を評価してみる
 - 避けたいこと
 - 意味もわからずスムージングした線を引く
- 実験結果を**分析**する
 - 最小二乗法などの方法で、関数に近似する等