電磁エレクトロニクス

田中　雅宏

2010 年 6 月 30 日 (水)

■今日の内容

- 電波は伝送路をどのように伝わるのか
- 平行平板導波路
- 導波管およびストリップ線路

■今日の内容

- 電波は伝送路をどのように伝わるのか
- 平行平板導波路
- 導波管およびストリップ線路

■電波は伝送路をどのように伝わるのか

▼伝送路

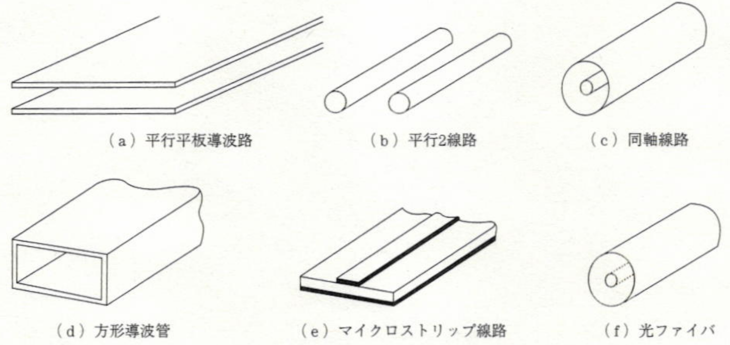


図 **5.1**　代表的な伝送路

■電波は伝送路をどのように伝わるのか

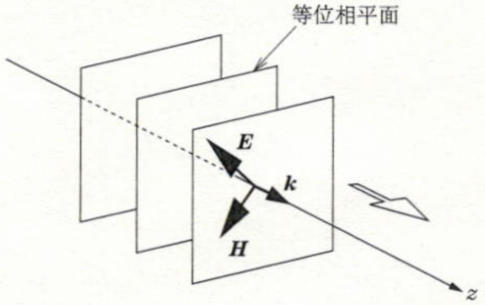


図 5.2　自由空間中を伝搬する電磁波 (平面波) のようす

■電波は伝送路をどのように伝わるのか

▼モード

- TEM モード (Transverse ElectroMagnetic mode): $E_z = H_z = 0$
- TE モード (Transverse Electric mode): $E_z = 0$, $H_z \neq 0$
- TM モード (Transverse Magnetic mode): $H_z = 0$, $E_z \neq 0$
- 混成モード (Hybrid mode): $E_z \neq 0$, $H_z \neq 0$

■電波は伝送路をどのように伝わるのか

▼一様伝送路における電磁界導出の基本式

電磁波が時間的に exp($j\omega t$) で正弦波振動し，媒質中に電流が存在しないとき,

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H}$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\varepsilon\vec{E}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -j\omega\mu H_x \qquad \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = j\omega\varepsilon E_x$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega\mu H_y \qquad \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j\omega\varepsilon E_y$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu H_z \qquad \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega\varepsilon E_z$$

■電波は伝送路をどのように伝わるのか

▼ z 軸の正方向に伝搬

$$E_x(x,y,z) = E_x(x,y)\exp(-j\beta z)$$
$$E_y(x,y,z) = E_y(x,y)\exp(-j\beta z)$$
$$E_z(x,y,z) = E_z(x,y)\exp(-j\beta z)$$

$$H_x(x,y,z) = H_x(x,y)\exp(-j\beta z)$$
$$H_y(x,y,z) = H_y(x,y)\exp(-j\beta z)$$
$$H_z(x,y,z) = H_z(x,y)\exp(-j\beta z)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \longrightarrow -j\beta$$

■電波は伝送路をどのように伝わるのか

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -j\omega\mu H_x \qquad \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = j\omega\varepsilon E_x$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega\mu H_y \qquad \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j\omega\varepsilon E_y$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu H_z \qquad \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega\varepsilon E_z$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} + j\beta E_y = -j\omega\mu H_x \qquad \frac{\partial H_z}{\partial y} + j\beta H_y = j\omega\varepsilon E_x$$

$$-j\beta E_x - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega\mu H_y \qquad -j\beta H_x - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j\omega\varepsilon E_y$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu H_z \qquad \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega\varepsilon E_z$$

■電波は伝送路をどのように伝わるのか

$$E_x = -\frac{j}{k^2 - \beta^2}\left(\beta\frac{\partial E_z}{\partial x} + \omega\mu\frac{\partial H_z}{\partial y}\right)$$

$$E_y = -\frac{j}{k^2 - \beta^2}\left(\beta\frac{\partial E_z}{\partial y} - \omega\mu\frac{\partial H_z}{\partial x}\right)$$

$$H_x = \frac{j}{k^2 - \beta^2}\left(\omega\varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial y} - \beta\frac{\partial H_z}{\partial x}\right)$$

$$H_y = -\frac{j}{k^2 - \beta^2}\left(\omega\varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial x} + \beta\frac{\partial H_z}{\partial y}\right)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)H_z + (k^2 - \beta^2)H_z = 0$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)E_z + (k^2 - \beta^2)E_z = 0$$

■今日の内容

- 電波は伝送路をどのように伝わるのか
- 平行平板導波路
- 導波管およびストリップ線路

■平行平板導波路

▼平行平板導波路におけるモード

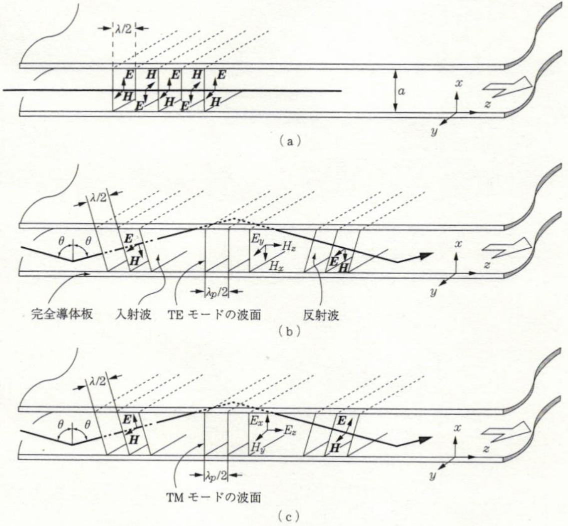


図 5.3　平行平板導波路中を伝搬する三つのモード

■平行平板導波路

▼完全導体面での境界条件

- 電界: 接線成分 $\vec{E}_t = 0$, 垂直成分 $E_n \neq 0$
- 磁界: 接線成分 $\vec{n} \times \vec{H}_t = \vec{K}$, 垂直成分 $H_n = 0$

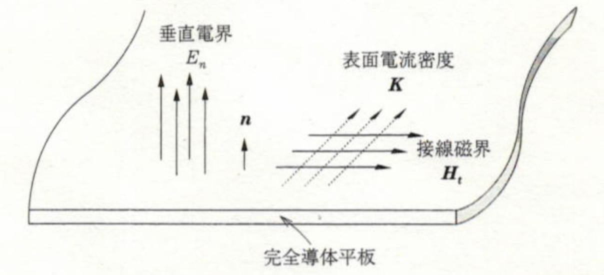
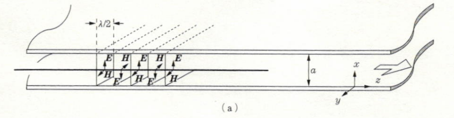


図 5.4 完全導体平板面での電界および磁界に対する境界条件

■平行平板導波路

▼ TEM モード



$$E_x(z) = E_0 \exp(-j\beta z)$$

$$\zeta H_y(z) = E_0 \exp(-j\beta z)$$

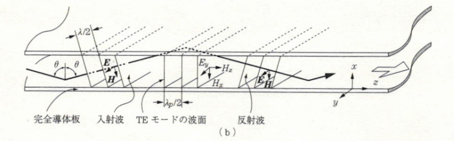
$$\zeta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

$$\beta = k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$$

■平行平板導波路

▼TE モード



$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + k_c^2 H_z = 0$$

$$k_c = k^2 - \beta^2$$

一般解:

$$H_z(x) = A_1 \exp(-jk_c x) + A_2 \exp(+jk_c x)$$

■平行平板導波路

▼ TE モード (続き)

一般解:

$$H_z(x) = A_1 \exp(-jk_c x) + A_2 \exp(+jk_c x)$$

$$\begin{aligned} E_y &= -\frac{j}{k^2 - \beta^2}\left(\beta\frac{\partial E_z}{\partial y} - \omega\mu\frac{\partial H_z}{\partial x}\right) \\ &= \frac{j\omega\mu}{k^2 - \beta^2}\left[A_1(-jk_c)\exp(-jk_c x) + A_2(+jk_c)\exp(+jk_c x)\right] \\ &= \frac{j\omega\mu}{k^2 - \beta^2}\left[A_1(-jk_c)\exp(-jk_c x) + A_2(+jk_c)\exp(+jk_c x)\right] \end{aligned}$$

$x = 0$ で $E_y = 0$ より,

$$A_1 = A_2$$

■平行平板導波路

▼ TE モード (続き)

一般解:

$$H_z(x) = A_1 \exp(-jk_c x) + A_2 \exp(+jk_c x)$$

$$A_1 = A_2$$

$$\begin{aligned} H_z(x) &= A_1 \exp(-jk_c x) + A_1 \exp(+jk_c x) \\ &= 2A_1 \cos(k_c x) \\ &= A \cos(k_c x) \end{aligned}$$

■平行平板導波路

▼ TE モード (続き)

$$H_z(x) = A\cos(k_c x)$$

$$E_y = -\frac{j}{k^2 - \beta^2}\left(\beta\frac{\partial E_z}{\partial y} - \omega\mu\frac{\partial H_z}{\partial x}\right)$$
$$= \frac{j\omega\mu}{k^2 - \beta^2}Ak_c[-\sin(k_c x)]$$

$x = a$ で $E_y = 0$ より,

$$\sin(k_c a) = 0$$

$$k_c a = m\pi \quad (m = 1, 2, 3, \cdots)$$

■平行平板導波路

▼ TE モード (続き)

$$H_z(x) = A\cos(k_c x)$$

$$H_x = \frac{j\beta}{k_c} A \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right)$$

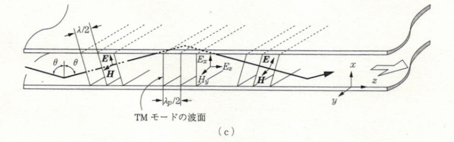
$$E_y = -\frac{j\omega\mu}{k_c} A \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right)$$

$$H_y = 0$$

$$E_x = 0$$

■平行平板導波路

▼ TM モード



$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + k_c^2 E_z = 0$$

$$k_c = k^2 - \beta^2$$

$x = 0,\ \ x = a$ で $E_z = 0$ より,

$$E_z = A \sin(k_c x)$$

$$k_c a = m\pi \quad (m = 1, 2, 3, \cdots)$$

■平行平板導波路

▼ TM モード (続き)

$$E_z = A\sin(k_c x)$$

$$E_x = \frac{j\beta}{k_c}A\cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right)$$

$$H_y = -\frac{j\omega\varepsilon}{k_c}A\cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right)$$

$$E_y = 0$$

$$H_x = 0$$

■平行平板導波路

▼物理的考察

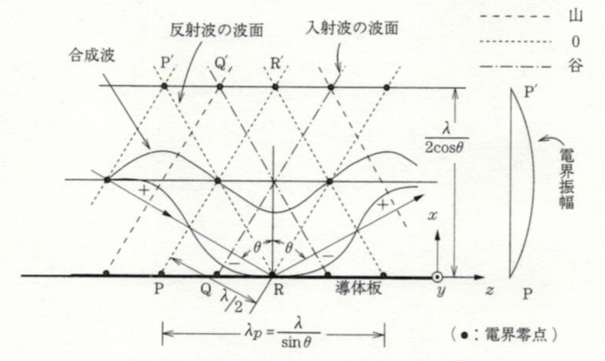


図 **5.5**　導体板表面へ入反射する平面波の合成

■平行平板導波路

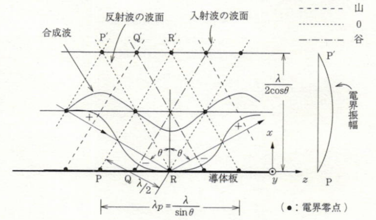


図 5.5 導体板表面へ入反射する平面波の合成

▼伝搬波長 (管内波長)

$$\lambda_p = \frac{\lambda}{\sin\theta} = \frac{\lambda}{\sqrt{1-(\lambda/\lambda_c)^2}}$$

▼遮断波長と遮断周波数

$$\lambda_c = \frac{2a}{m}$$

$$f_c = \frac{c}{\lambda_c}$$

■今日の内容

- 電波は伝送路をどのように伝わるのか
- 平行平板導波路
- 導波管およびストリップ線路

■導波管およびストリップ線路

▼方形導波管

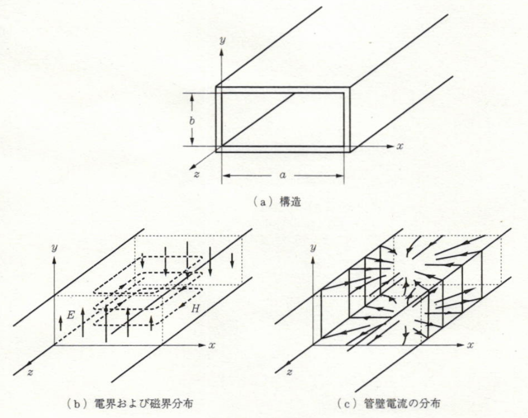


図 **5.7** 方形導波管

■導波管およびストリップ線路

▼円形導波管

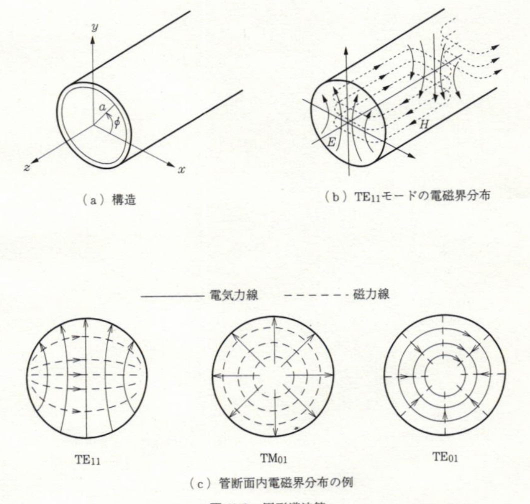


図 5.8 円形導波管

■導波管およびストリップ線路

▼ストリップ線路

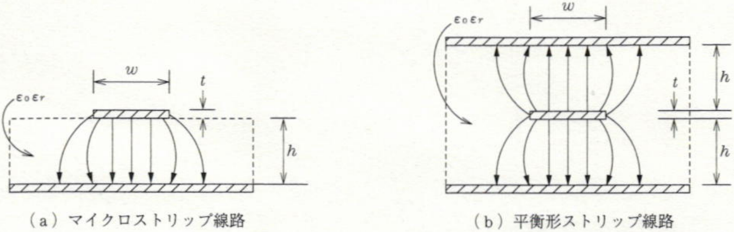


図 5.10 ストリップ線路

■まとめ

- 電波は伝送路をどのように伝わるのか
- 平行平板導波路
- 導波管およびストリップ線路