# 年齢構造を考慮した流言伝播の数理モデル

河内 一樹 (東京大学数理科学研究科 D1)

本発表では，次の 1 階の非線形偏微分方程式の境界値問題 $(\diamond)$ を扱い，[1] で得られた結果を紹介する．

$$
\begin{aligned}
(\partial_t + \partial_a)x(t,a) &= -\lambda_1(t,a)x(t,a),\\
(\partial_t + \partial_a)y(t,a) &= \lambda_1(t,a)\theta(a)x(t,a) - \lambda_2(t,a)y(t,a),\\
(\partial_t + \partial_a)z(t,a) &= \lambda_1(t,a)(1-\theta(a))x(t,a) + \lambda_2(t,a)y(t,a),\\
x(t,0) = 1, \quad y(t,0) &= 0, \quad z(t,0) = 0,\\
\lambda_1(t,a) &= \int_0^\omega \alpha(a,\sigma)c(\sigma)y(t,\sigma)\,d\sigma,\\
\lambda_2(t,a) &= \int_0^\omega c(\sigma)\{\beta(a,\sigma)y(t,\sigma) + \gamma(a,\sigma)z(t,\sigma)\}\,d\sigma.
\end{aligned}
$$

最初に，年齢による異質性を考慮した人口における，流言の伝播を記述するモデルを紹介する．そして，そのモデルの挙動を調べる上で，規格化などを行うことで $(\diamond)$ に帰着されることを示す．

次に，$(\diamond)$ をある Banach 空間上の半線形 Cauchy 問題に書き換え，それを用いて解の well-posedness について議論する．

そして，$\omega > 0$ を最高年齢として，$L^1(0,\omega)$ 上の有界線形作用素 $\tilde{T}$ を次のように定める：

$$
\begin{aligned}
&(\tilde{T}u)(a) := \int_0^\omega \phi_1(a,b)u(b)\,db, \quad u \in L^1(0,\omega),\\
&\text{where } \phi_1(a,b) := \theta(b)\int_b^\omega \alpha(a,\sigma)c(\sigma)\,d\sigma.
\end{aligned}
$$

$\tilde{T}$ のスペクトル半径 $R_0 = r_\sigma(\tilde{T})$ と 1 との大小関係によって $(\diamond)$ の解の挙動が大きく異なることを示す．

具体的に述べると次のようである．$R_0 < 1$ ならば，任意の $(\diamond)$ の解が $t \to \infty$ で $(x,y,z) = (1,0,0)$ なる自明解に収束する．$R_0 > 1$ ならば，$(\diamond)$ は非自明な定常解を持ち，$R_0$ が 1 に十分近ければ，自明解から分岐した非自明定常解は局所漸近安定である．

さらに，$R_0 > 1$ ならば，ある種の persistence が成り立つ．すなわち，初期データによらない定数 $\varepsilon > 0$ が存在して，

$$
\liminf_{t\to\infty} \int_0^\omega y(t,a)\,da > \varepsilon \quad \text{whenever} \quad \int_0^\omega y(0,a)\,da > 0
$$

が成り立つ．数理生物学などの分野で最近注目を集めている persistence の概念について簡単に説明し，この結果を導くために必要となるアイデアを紹介する．

## References

[1] K. Kawachi, Deterministic Models for Rumor Transmission (submitted)

*URL*: http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~kkawachi/
*E-mail address*: kkawachi@ms.u-tokyo.ac.jp