令和元年 6 月 22 日実施 第 338 回数検 2 級 1 次試験解答例

問題 1. $(a+2b)(a^2-ab+2b^2)=a^3-a^2b+2ab^2+2a^2b-2ab^2+4b^3=a^3+a^2b+4b^3$

問題 2. $3a^2+2ab-b^2=(3a-b)(a+b)$

問題 3. $2x-4<-x+5$ かつ $-x+5\leqq 3x+6$. $\therefore 3x<9$ かつ $-1\leqq 4x$. $\therefore x<3$ かつ $-\dfrac{1}{4}\leqq x$. $\therefore -\dfrac{1}{4}\leqq x<3$.

問題 4. $y=2x^2$ を x 軸方向に 1, y 軸方向に 3 だけ並行移動した放物線の方程式は $y=2(x-1)^2+3=2x^2-4x+5$. よって $a=-4, b=5$.

問題 5. 余弦定理より $\mathrm{BC}^2=a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=\mathrm{AC}^2+\mathrm{AB}^2-2\mathrm{AC}\cdot\mathrm{AB}\cos A=5^2+4^2-2\cdot5\cdot4\cdot\dfrac{3}{5}=17$.

よって $\mathrm{BC}=\sqrt{17}$.

問題 6. メネラウスの定理より $\dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{CQ}}\cdot\dfrac{\mathrm{QR}}{\mathrm{RA}}\cdot\dfrac{\mathrm{AP}}{\mathrm{PB}}=1$ だから $\dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{CQ}}\cdot\dfrac{1}{6}\cdot\dfrac{5}{2}=1$. よって $\mathrm{BC}:\mathrm{CQ}=12:5$. $\therefore\mathrm{BQ}:\mathrm{QC}=7:5$.

問題 7. 同じものを含む順列 $\dfrac{6!}{3!2!1!}=\dfrac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{3\cdot2\cdot1\cdot2\cdot1\cdot1}=60$(個).

問題 8. $\dfrac{2-3i}{1+2i}=\dfrac{(2-3i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}=\dfrac{2-4i-3i+6i^2}{1-4i^2}=\dfrac{2-7i+6\cdot(-1)}{1-4\cdot(-1)}=\dfrac{-4-7i}{5}$. $\therefore a=-\dfrac{4}{5}, b=-\dfrac{7}{5}$.

問題 9. $P(x)=x^3-3x^2-5x-1$ とおくと $P(-1)=0$ だから因数定理より $P(x)$ は $x+1$ で割り切れる.

$\therefore P(x)=(x+1)(x^2-4x-1)=0, x=-1, \dfrac{4\pm\sqrt{16+4}}{2}$. $\therefore x=-1, 2\pm\sqrt{5}$.

問題 10. $y=3x \Leftrightarrow 3x-y=0$. 直線と点の距離の公式から距離 $d=\dfrac{|3\cdot4-(-1)|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\dfrac{13}{\sqrt{10}}=\dfrac{13\sqrt{10}}{10}$.

問題 11. $\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\left(\dfrac{1}{4}\right)^2=\dfrac{15}{16}$. θ が第 4 象限の角だから $\sin\theta<0$. よって $\sin\theta=-\dfrac{\sqrt{15}}{4}$.

$\therefore \sin2\theta=2\sin\theta\cos\theta=2\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\left(-\dfrac{\sqrt{15}}{4}\right)=-\dfrac{\sqrt{15}}{8}$.

問題 12. 対数の定義より $x=\left(\dfrac{1}{4}\right)^{-2}=(4^{-1})^{-2}=4^2=16$.

問題 13. $\vec{a}\cdot\vec{b}=2\cdot1+4\cdot(-3)+1\cdot5=-5$.

問題 14. ① $a_n=2\cdot(-3)^{n-1}$.

② $S_5=\dfrac{2\{1-(-3)^5\}}{1-(-3)}=\dfrac{2(1+243)}{4}=122$.

問題 15. ① $\displaystyle\int(5x^2+4x-3)dx=\frac{5}{3}x^3+2x^2-3x+C$ C は積分定数).

② $\displaystyle\int_0^1(5x^2+4x-3)dx=\left[\frac{5}{3}x^3+2x^2-3x\right]_0^1=\frac{5}{3}+2-3=\frac{2}{3}$.