

1. 次の関数の () 内の点における 1 次近似式を求めよ.

(1) $\sqrt{4-x^2}$ ($x=1$)

(2) $e^x \tan x$ ($x = \frac{\pi}{4}$)

2. 次の関数の $x=0$ における 2 次近似式を求めよ.

(1) $\log(1+2x)$

(2) $\frac{1+x}{1-x}$

3. 次の関数の $x=0$ における n 次近似式を求めよ.

(1) $\sqrt{1-\frac{x}{2}}$

(2) $\log(1+3x)$

4. 次の関数について, $x=0$ で極値をとるかどうかを調べよ.

(1) $e^x - \log(1+x)$

(2) $\sqrt{1-2x} + \sin x$

5. 次の極限值を求めよ.

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n-3n^2}{4n^2+n}$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - (n-1)^3}{2(n+1)^2}$

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n+1}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n-1}}$

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2+3n} - \sqrt{n^2-n}$

(5) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \sin \frac{1}{n}$

(6) $\lim_{n \rightarrow \infty} e^{-n}$

6. 第 n 項が次の式で表される数列の収束・発散を調べよ.

(1) $\frac{1-2n^2}{3n+4}$

(2) $\frac{n^2+1}{n-1} - \frac{n^2-2}{n+1}$

(3) $\frac{4-3^n}{2^n-1}$

(4) $\frac{2 \cdot 4^n + (-3)^n}{4^n}$

(5) $(n+2) \cos n\pi$

(6) $\log_2 \frac{1}{n}$

7. 次の級数の収束・発散を調べ, 収束するときは和を求めよ.

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+5n+6}$

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1}}$

8. 次の等比級数の収束・発散を調べ, 収束するときは和を求めよ.

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} (\pi-3)^n$

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{3}-1}\right)^n$

9. 座標平面上で点 P が原点を出発して x 軸方向に $+1$ だけ進み, 次に y 軸方向に $+\frac{1}{3}$ だけ進み, 次に x 軸方向に $-\frac{1}{3^2}$ だけ進み, 次に y 軸方向に $-\frac{1}{3^3}$ だけ進むというように運動を続けていくと, 点 P

はどのような点に限りなく近づくか.

10. 次の関数のマクローリン級数について, x^3 の項まで求め, 級数の形で表せ.

(1) $\cos x(1 + \sin^2 x)$

(2) $\log(1 + x^2)$

11. 次の関数の導関数を求めよ.

(1) $e^{(2-4i)x}e^{(2i-3)x}$

(2) $(1 + ix)e^xe^{-ix}$

12. $y = e^{\lambda x}$ が次の等式を満たすように, λ の値を定めよ.

(1) $y'' - 4y' + 5y = 0$

(2) $y''' - 2y'' + y' - 2y = 0$

13. 第 n 項が次の式で表される数列の極限を求めよ.

(1) $\frac{e^n}{n^2 + 3n}$

(2) $n^2 \left(1 - \cos^2 \frac{1}{n}\right)$

14. 次の級数の収束・発散を調べよ.

(1) $\frac{1}{1} + \frac{2}{4} + \frac{3}{7} + \frac{4}{10} + \frac{5}{13} + \dots$

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2 + n + 1}$ ($\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ は収束するとしてよい)

15. つぎの関数のマクローリン展開と収束半径を求めよ.

(1) $\frac{1}{1+x}$

(2) $\frac{1}{1+x^2}$

(3) $\text{Tan}^{-1}x$

16. $f(x) = e^x$ として, 以下の間に答えよ. $e < 3$ としてよい.

(1) $n = 5$ としたときのマクローリンの定理を適用せよ.

(2) (1) で $x = 1$ として, e の近似値と誤差の限界を求めよ.