平成 26 年 6 月 21 日実施 第 252 回数検 2 級 1 次試験解答例

問題 1. 公式 $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$ より $(x+2y)(x^2-2xy+4y^2)=x^3+8y^3$(そのまま展開してもよい)

問題 2. $x^3y-3x^2y+3xy-y=y(x^3-3x^2+3x-1)=y(x-1)^3$

問題 3. $\dfrac{5}{\sqrt{8}-\sqrt{7}}-\dfrac{10}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}=\dfrac{5(\sqrt{8}+\sqrt{7})}{(\sqrt{8}-\sqrt{7})(\sqrt{8}+\sqrt{7})}-\dfrac{10(\sqrt{7}+\sqrt{2})}{(\sqrt{7}-\sqrt{2})(\sqrt{7}+\sqrt{2})}=5(\sqrt{8}+\sqrt{7})-\dfrac{10(\sqrt{7}+\sqrt{2})}{5}$
$=5\sqrt{8}+5\sqrt{7}-2(\sqrt{7}+\sqrt{2})=5\sqrt{8}+3\sqrt{7}-2\sqrt{2}$

問題 4. 公式 $\tan^2\theta+1=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ より $\cos^2\theta=\dfrac{1}{\tan^2\theta+1}=\dfrac{1}{1+(-2)^2}=\dfrac{1}{5}$. よって $\cos\theta=\pm\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

$\tan\theta<0$ より θ は鈍角だから $\cos\theta<0$. よって $\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

公式 $\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ より $\sin\theta=\tan\theta\cos\theta=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ $\left(\dfrac{2}{\sqrt{5}}\text{でもよい}\right)$

問題 5. $\dfrac{{}_5C_2\cdot{}_4C_1}{{}_9C_3}=\dfrac{\frac{5\cdot4}{2\cdot1}\cdot4}{\frac{9\cdot8\cdot7}{3\cdot2\cdot1}}=\dfrac{10}{21}$

問題 6. $\overline{B}=\{x|x$ は 1 以上 100 以下の 7 で割り切れない整数 $\}$. よって

$A\cap\overline{B}=\{x|x$ は 1 以上 100 以下の 7 で割り切れない 3 の倍数 $\}$

3 の倍数は $100\div3=33$ 余り 1 より 33 個. このうち 7 の倍数は 21 の倍数だから $100\div21=4$ 余り 16 より 4 個

よって $A\cap\overline{B}$ の個数は $33-4=29$(個)

問題 7. $\begin{cases}y=3x^2-x+1\\ y=x^2-3x+5\end{cases}$ よって $3x^2-x+1=x^2-3x+5.\quad 2x^2+2x-4=2(x+2)(x-1)=0.\quad x=-2,1.$
$y=15,3$. 共有点は $(-2,15),(1,3)$

問題 8. $x^2+4x+2=0$ の解が α,β より解と係数の関係から $\alpha+\beta=-4,\alpha\beta=2\cdots(*)$

$x^2+ax+b=0$ の解が $\alpha+1,\beta+1$ より同様に $(\alpha+1)+(\beta+1)=-a,(\alpha+1)(\beta+1)=b$. よって

$(*)$ より $a=-(\alpha+1)-(\beta+1)=-(\alpha+\beta)-2=-(-4)-2=2,b=\alpha\beta+\alpha+\beta+1=2-4+1=-1.$

$a=2,b=-1$

問題 9. $P(x)=x^3+ax^2-9x+5$ とおくと因数定理より $P(-5)=0$ だから $P(-5)=-125+25a+45+5=0$

$a=3$

問題 10. 2 倍角の公式から $\cos2\theta=2\cos^2\theta-1=\dfrac{2}{9}-1=-\dfrac{7}{9}$

問題 11. $(\sqrt{2})^{\frac{5}{2}}\times4^{\frac{7}{8}}=2^{\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{2}}\cdot2^{2\cdot\frac{7}{8}}=2^{\frac{5}{4}+\frac{7}{4}}=2^3=8$

問題 12. $\left(\dfrac{3-2+5}{3},\dfrac{2+1+6}{3}\right)=(2,3)$

問題 13. 一般項は $a_n=1+4(n-1)=4n-3$. よって求める和は $S_{10}=\dfrac{10(a_1+a_{10})}{2}=\dfrac{10(1+37)}{2}=190$

問題 14. ① $\vec{a}\cdot\vec{b}=4\cdot(-3)+(-2)\cdot(-1)=-10$

② $\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\dfrac{-10}{\sqrt{4^2+(-2)^2}\sqrt{(-3)^2+(-1)^2}}=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\quad\theta=135^\circ$

問題 15. ① $\int (x^2+2x-1)dx = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + C$

② $\int_{-2}^{2} (x^2+2x-1)dx = [\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x]_{-2}^{2} = \frac{1}{3}2^3 + 2^2 - 2 - \left\{\frac{1}{3}(-2)^3 + (-2)^2 - (-2)\right\} = \frac{4}{3}$

$\int_{-2}^{2} (x^2+2x-1)dx = 2\int_{0}^{2} (x^2-1)dx = 2[\frac{1}{3}x^3 - x]_{0}^{2} = 2\left(\frac{1}{3}2^3 - 2\right) = \frac{4}{3}$ としてもよい.