基礎数学問題集の補足

p. 70

202. 解答参照. 2 直線の傾きと切片がそれぞれ等しい.

205〜211 解答参照

206. 正方形 (平行四辺形) の対角線が互いに中点で交わることに注意

210. (1) 「点 A で等式が成り立つ」⇒「点 A を通る」.

(3) (1) より点 A を通る直線の方程式は $y-3x-1+k(x-2y-4)=0 \to (k-3)x+(-2k+1)y-4k-1=0$

$\to y=\dfrac{k-3}{2k-1}x-\dfrac{4k+1}{2k-1}$ よって傾きは $\dfrac{k-3}{2k-1}$

212. (1) 中心 $(2,-2)$ 半径 3 の円　(2) 楕円 (横長) $c=\sqrt{2},\ 2a=6$　(3) 楕円 (縦長) $c=3,\ 2b=8$

(4) 双曲線 $c=4,\ 2a=4$　(5) 双曲線 (縦) $c=\sqrt{5},\ 2b=2$　(6) 放物線 $p=-4$　(7) 放物線 (縦) $p=2$

216(2) 中心が $y=-x$ 上より中心 $(a,-a)$ とおける. 通る 2 点の座標をそれぞれ代入した式を連立して a, r を求める.

(3) 楕円の式 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ に通る 2 点の座標を代入, 連立方程式より a, b を求める. 連立方程式を解くときに $\dfrac{1}{a^2}=A,\ \dfrac{1}{b^2}=B$ とおき換えるとやりやすい.

(4) 漸近線 $y=\pm 2x$ より $\dfrac{b}{a}=2,\ b=2a$. 通る点の座標を代入した式と連立.

219. (1) $y \leqq -\dfrac{4}{3}x+4$ に変形. (4) 不等式が $\leqq x$ の形だから放物線 $y^2=4x$ より右側 (x が大きくなる側)

(5) 両辺を $225=9\cdot 25$ で割って $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}>1$ に変形. (6) $x+y<1$ は $y<-x+1$ に変形. 「または」は両方の領域を合わせた領域 (7) $x-y+2>0$ は $x+2>y$ に変形, 連立不等式は両方の領域の重なる部分.

(8) $\begin{cases} x^2+4y^2 \leqq 9 \\ 4x^2+y^2 \geqq 9 \end{cases} \to \begin{cases} \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{4y^2}{9} \leqq 1 \\ \dfrac{4x^2}{9}+\dfrac{y^2}{9} \geqq 1 \end{cases} \to \begin{cases} \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{\frac{9}{4}} \leqq 1 \\ \dfrac{x^2}{\frac{9}{4}}+\dfrac{y^2}{9} \geqq 1 \end{cases}$

220. (3) $y^2=-4x$ の左側の領域は $y^2=-4x$ を $-\dfrac{y^2}{4}=x$ と変形できることより $-\dfrac{y^2}{4}>x$ よって $y^2<-4x$

221〜226 解答参照.

223. 「x, y が連立不等式を満たす」⇒「(x,y) が連立不等式の表す領域の点」.

$y-2x=k$ ⇒「(x,y) が直線 $y-2x=k$ 上にある.」

よって「x, y が連立不等式を満たすとき, $y-2x=k$」

⇒「(x,y) が連立不等式の表す領域にあって, 直線 $y-2x=k$ 上にもある.」

⇒「連立不等式の表す領域と直線 $y-2x=k$ が共有点をもつ (交わる)」

よって, 不等式の表す領域と交わる直線 $y=2x+k$ のうち切片 k が最大になるものと最小になるものが解ればよい.

225. $(0,3)$ を通る接線 ⇒ $\begin{cases} (x\ 軸と垂直でなければ)\ 接線の切片は\ 3. よって接線は\ y=mx+3\ とおける. \\ (x\ 軸と垂直ならば) x=0 \end{cases}$

(1), (2) では明らかに $x=0$ は接線ではない.

226. (1) 2 つの式は掛けて負なので異符号 (一方の式は正で, もう一方は負). よって.

$$(x+2y)(3x-y-2)<0 \Rightarrow \begin{cases} x+2y>0 \\ 3x-y-2<0 \end{cases} \quad \text{または} \begin{cases} x+2y<0 \\ 3x-y-2>0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y>-\dfrac{1}{2}x \\ 3x-2<y \end{cases} \quad \text{または} \begin{cases} y<-\dfrac{1}{2}x \\ 3x-2>y \end{cases}$$

(2) も同様.