

p.84

244. (3) ${}_n P_r = {}_{n-1} P_r + r {}_{n-1} P_{r-1}$

証明 右辺 = $\frac{(n-1)!}{\{(n-1)-r\}!} + r \cdot \frac{(n-1)!}{\{(n-1)-(r-1)\}!} = \frac{(n-1)!}{(n-r-1)!} + \frac{r \cdot (n-1)!}{(n-r)!}$

ここで $(n-r)! = (n-r)(n-r-1)(n-r-2)\cdots 2 \cdot 1 = (n-r) \cdot (n-r-1)!$ だから

通分するために第1項の分母分子に $(n-r)$ をかけると

$$\begin{aligned} \text{右辺} &= \frac{(n-r) \cdot (n-1)!}{(n-r) \cdot (n-r-1)!} + \frac{r \cdot (n-1)!}{(n-r)!} = \frac{(n-r) \cdot (n-1)! + r \cdot (n-1)!}{(n-r)!} \\ &= \frac{\{(n-r)+r\}(n-1)!}{(n-r)!} = \frac{n \cdot (n-1)!}{(n-r)!} = \frac{n!}{(n-r)!} = {}_n P_r = \text{左辺} \end{aligned}$$

250. (1) 2回続けて勝った時点で決着がつくので6回7回に続けて勝つ以外は勝ち負けが交互になる。よって巻末解答にあるような2通り

(2) Aが勝つときのパターンは***baaa (aはAの勝ちを, bはBの勝ちを表す)。***のすべてのパターンは1回ずつの*についてaかbかの2通りずつだから $2 \times 2 \times 2 = 8$ 。最後のaaa以外に3連勝があれば, その時点で決着がつくので***がaaa, bbb, abbとなることはない。よってAが勝つパターンは $8 - 3 = 5$ (通り)。

Bが勝つパターンも同様に5通りだから $5 + 5 = 10$ (通り)

251. 教科書 p. 189 練習問題 1-B, 3. 参照. (3) は全部から1辺共有するものと2辺共有するものを引く,

252. 同じものを含む順列(教科書 p. 186)を用いてすべての並べ方を計算した後, 0が先頭にくるものを計算して引く.

253. 円順列だから赤玉はどこにあっても同じと考えて, (1) 青玉2個と白玉4個の置き方を考える.

(2) 青玉が隣り合う場合を考えて全体から引く. 隣り合う青玉は1グループと考える.

254. 例題参照 (2) 初めに4人に1本ずつ配ってから残りの6本の配り方を考える,

255. 教科書 p. 188 練習問題 1-A, 5. 参照. (2) 初めからA, B2つの箱に入れると考える. Aに1つも入らない(Bだけに入れる)場合とBに1つも入らない(Aだけに入れる)場合を引く.

(3) 全体から(Cに入れないでA, Bには1個は入れる場合)(Aに入れないでB, Cには1個は入れる場合)(Bに入れないでC, Aには1個は入れる場合)(B, Cには入れないでAにだけ入れる場合)(C, Aには入れないでBにだけ入れる場合)(A, Bには入れないでCにだけ入れる場合)を引く.

256. 巻末の解答参照. 例えば $\circ \circ | \circ \circ \circ \circ | \circ \circ \circ$ は $2 + 5 + 3$ を表す. 10個のボールの間の9カ所に仕切りを置く置き方を考える.

$$257. (1) \left(\frac{1}{x} + 2x\right)^{10} = \cdots + {}_{10}C_r \left(\frac{1}{x}\right)^{10-r} (2x)^r + \cdots.$$

$${}_{10}C_r \left(\frac{1}{x}\right)^{10-r} (2x)^r = {}_{10}C_r (x^{-1})^{10-r} 2^r x^r = {}_{10}C_r x^{-(10-r)} 2^r x^r = {}_{10}C_r 2^r x^{-10+r} x^r = {}_{10}C_r 2^r x^{2r-10}.$$

よって x^2 の係数は $2r - 10 = 2$ のときだから $r = 6$.

$$\text{係数は } {}_{10}C_6 2^6 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 2^6 = 13440.$$

(2) も同様