第 5 章　§ 1. 三角比とその応用

p. 122 練習問題 1-A

1. (1) $\tan 36° = \dfrac{x}{8}$ よって $x = 8\tan 36° = 8 \times 0.7265 = 5.812.$

$\cos 36° = \dfrac{8}{y}$ よって $y = \dfrac{8}{\cos 36°} = \dfrac{8}{0.8090} = 9.888\cdots.$

答 $x = 5.81,\ y = 9.89$

(2)$\sin 59° = \dfrac{8.6}{x}$ よって $x = \dfrac{8.6}{\sin 59°} = \dfrac{8.6}{0.8572} = 10.032\cdots.$

$\tan 59° = \dfrac{8.6}{y}$ よって $y = \dfrac{8.6}{\tan 59°} = \dfrac{8.6}{1.6643} = 5.167\cdots.$

答 $x = 10.03,\ y = 5.17$

2. 正弦定理より $\sin A = \dfrac{a}{2R}, \sin B = \dfrac{b}{2R}, \sin C = \dfrac{c}{2R}, \cos B = \dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca},$

(1) よって $\dfrac{b^2}{2R} = \dfrac{c^2}{2R},\quad b^2 = c^2,\quad b = c.$ よって $b = c$ の二等辺三角形

(2) よって $\dfrac{c}{2R} = 2\cdot\dfrac{a}{2R}\cdot\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca},\quad \dfrac{c}{2R} = \dfrac{c^2+a^2-b^2}{2cR},\quad c^2 = c^2+a^2-b^2$

$a^2 = b^2,\quad a = b.$ よって $a = b$ の二等辺三角形.

3. $\sin^2\alpha = 1-\cos^2\alpha = 1-\left(-\dfrac{3}{5}\right)^2 = 1-\dfrac{9}{25} = \dfrac{16}{25}.\quad \sin\alpha > 0$ より $\sin\alpha = \dfrac{4}{5}$

$\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}} = -\dfrac{4}{3}.\quad \therefore \dfrac{5\sin\alpha-2}{6\tan\alpha+7} = \dfrac{5\cdot\frac{4}{5}-2}{6\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)+7} = -2$

4. (1) 左辺 $= (\sin^2\theta+\cos^2\theta)(\sin^2\theta-\cos^2\theta).\quad \sin^2\theta+\cos^2\theta = 1$ であり, また $\sin^2\theta = 1-\cos^2\theta$ だから

左辺 $= 1\cdot\{(1-\cos^2\theta)-\cos^2\theta\} = 1-2\cos^2\theta =$ 右辺.

(2) 左辺 $= \tan^2\theta+(1+\tan^2\theta)(1-\tan^2\theta)\cos^2\theta.\quad 1+\tan^2\theta = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$ より

左辺 $= \tan^2\theta+\dfrac{1}{\cos^2\theta}\cdot(1-\tan^2\theta)\cos^2\theta = \tan^2\theta+1-\tan^2\theta = 1 =$ 右辺.

5. (1) 余弦定理より $c^2 = a^2+b^2-2ab\cos C$ だから $(\sqrt{13})^2 = 4^2+3^2-2\cdot4\cdot3\cos C$

$13 = 16+9-24\cos C.\quad \cos C = \dfrac{1}{2}.$ よって $C = 60°$

(2) $B = 180°-A-C = 180°-32°-80° = 68°.$ 正弦定理より $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B}.$ よって $\dfrac{a}{\sin 32°} = \dfrac{12}{\sin 68°}.$

$a = \dfrac{12\sin 32°}{\sin 68°} = \dfrac{12\times0.5299}{0.9272} = 6.858\cdots$

同様に $\dfrac{c}{\sin C} = \dfrac{b}{\sin B}.$ よって $\dfrac{c}{\sin 80°} = \dfrac{12}{\sin 68°}.\quad c = \dfrac{12\sin 80°}{\sin 68°} = \dfrac{12\times0.9848}{0.9272} = 12.745\cdots$

$a = 6.86,\quad c = 12.75$

6. 辺 BC 上に $CC' = 3$ となるように点 C' をとると $\triangle ABC'$ について $B = 57°,\ C'(=\angle AC'B) = 68°,\ a(=BC') = 2.$

よって $A(=\angle BAC') = 180°-B-C' = 180°-57°-68° = 55°.$　正弦定理より $\dfrac{c'}{\sin C'} = \dfrac{a}{\sin A}.$

$c' = AB$ だから $\dfrac{AB}{\sin 68°} = \dfrac{2}{\sin 55°}.$ よって $AB = \dfrac{2\sin 68°}{\sin 55°} = \dfrac{2\times0.9272}{0.8192} = 2.263\cdots$

台形の高さ $= \triangle ABC'$ の高さを h とすると $\sin 57° = \dfrac{h}{AB}$ よって $h = AB\sin 57°.$

台形の面積 $S=\dfrac{1}{2}(3+5)h=\dfrac{1}{2}\times 8\times AB\sin 57^\circ=4\times 2.263\cdots\times 0.8387=7.593\cdots\quad AB=2.26\quad S=7.59$

7. $0^\circ<\alpha<180^\circ$ より α は鋭角と鈍角のときがある (単位円 (半径 1 の円) をかいて考えよ)

(1) $\sin\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　α が鋭角のとき $\alpha=45^\circ$, α が鈍角のとき $\alpha=135^\circ$

(2) $\cos\alpha=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}<0$ より α は鈍角.　$\alpha=150^\circ$

(3) $\tan\alpha=\sqrt{3}>0$ より α は鋭角.　$\alpha=60^\circ$

p.123　1-B