

数学アラカルト第5回問題解答

問題 1. (1) $T_1 \cdot T_1 = T_1^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 2 & 4 & 7 & 5 & 6 & 3 \end{pmatrix}$ (2) $T_2 \cdot T_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 6 & 2 & 7 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

(3) $T_1 \cdot T_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 4 & 2 & 6 & 7 & 3 \end{pmatrix}$ (4) $T_3 \cdot T_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 2 & 7 & 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

問題 2. (1) $T_2^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 3 & 4 & 7 & 5 & 2 & 6 \end{pmatrix}$ (2) $T_3^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 7 & 1 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

(3) $(T_1 \cdot T_2)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 4 & 7 & 3 & 5 & 2 & 6 \end{pmatrix}$ (4) $T_2^{-1} \cdot T_1^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 4 & 7 & 3 & 5 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

問題 3. (1) 6 (2) $6 \times 2 = 12$ (3) 上の面が 6 通り, 上の面を固定する(下の面も固定される)と側面は 4 通り. $6 \times 4 = 24$

問題 4. (1) パズルの状態は完成形を T_1 で変換したものですから, 完成形に戻すには

$$T_1^{-1} = T_1^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 2 & 4 & 7 & 5 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

(2) $T_2 T_1 T_2^{-1} T_1^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 2 & 4 & 6 & 5 & 3 & 7 \end{pmatrix}$ (3) $T_2 T_1^{-1} T_2^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 2 & 3 & 7 & 5 & 4 & 6 \end{pmatrix}$

問題 5. 類数 5 代表系 $\{E, T_2, T_2^2, T_2^3, T_2^4\}$