

p.3. 1章§ 1. 整式の計算 BASIC

1. 解答参照

2. 解答参照

3. 解答参照

4. 解答参照

5. 解答参照

6. (1) $(x + y + 1)^2 = \{(x + y) + 1\}^2 = (x + y)^2 + 2(x + y) + 1 = x^2 + 2xy + y^2 + 2x + 2y + 1.$

 $(x + y = A$ とおいてもよい)

(2) $(x - 2y - 3)^2 = \{(x - 2y) - 3\}^2 = (x - 2y)^2 - 6(x - 2y) + 9 = x^2 - 4xy + 4y^2 - 6x + 12y + 9.$

 $(x - 2y = A$ とおいてもよい)

(3) 与式 $= (a + 3)(a^2 - 3a + 3^2) = a^3 + 3^3 = a^3 + 27.$ (公式 $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$)

(4) 与式 $= (2a - 1)\{(2a)^2 + 2a \cdot 1 + 1^2\} = (2a)^3 - 1^3 = 8a^3 - 1.$ (公式 $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$)

7. (1) 与式 $= \{(2x + y) + 1\}\{(2x + y) + 3\} = (2x + y)^2 + 3(2x + y) + (2x + y) + 3 = 4x^2 + 4xy + y^2 + 8x + 4y + 3.$

 $(2x + y = A$ とおいてもよい)

(2) 与式 $= \{(a^2 + 1) + a\}\{(a^2 + 1) - a\} = (a^2 + 1)^2 - a^2 = a^4 + 2a^2 + 1 - a^2 = a^4 + a^2 + 1.$

 $(a^2 + 1 = A$ とおいてもよい)

8. (1) 与式 $= x^2(4x - 9y).$

(2) 与式 $= a(b - c) - (b - c) = (a - 1)(b - c).$

(3) 与式 $= (2x)^3 + 3^3 = (2x + 3)(4x^2 - 6x + 9).$

(4) 与式 $= (x + y)^2 - z^2 = (x + y + z)(x + y - z).$

9. (1) 与式 $= (x + 2)(x + 3).$

(2) 与式 $= (x - 10)(x + 2).$

10. (1) 与式 $= (3x - 5)(x + 3).$

(2) 与式 $= (4x - y)(3x + 2y).$

11. (1) 与式 $= \{(4x^2)^2 - 1\} = (4x^2 + 1)(4x^2 - 1) = (4x^2 + 1)(2x + 1)(2x - 1).$

(2) 与式 $= \{(x - y) - 5\}\{(x - y) + 2\} = (x - y - 5)(x - y + 2).$ ($x - y = A$ とおいてもよい)

(3) 与式 $= x^2 + (2y + 3)x + (y^2 + 3y + 2) = x^2 + (2y + 3)x + (y + 1)(y + 2) = (x + y + 1)(x + y + 2).$

(4) 与式 $= x^2 + (y + 2)x - (2y^2 + 5y + 3) = x^2 + (y + 2)x - (2y + 3)(y + 1) = (x + 2y + 3)(x - y - 1).$

12. 解答参照

13. ある整式を A とおくと除法の等式より $A = (2x - 1)(3x^2 + 1) - 5 = 6x^2 - 3x^2 + 2x - 6.$

14. (1) 解答参照

(2) $x^2 + x - 2 = (x + 2)(x - 1), 2x^2 - 8 = 2(x + 2)(x - 2)$ より最大公約数 $x + 2$, 最小公倍数 $2(x + 2)(x - 1)(x - 2).$

(3) $a^4 - a^2b^2 = a^2(a + b)(a - b), a^4 - ab^3 = a(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ より最大公約数 $a(a - b),$

最小公倍数 $a^2(a - b)(a + b)(a^2 + ab + b^2).$

(4) $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1), x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1), x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$ より最大公約数 $x - 1,$

最小公倍数 $(x - 1)^2(x + 1)(x^2 + x + 1).$

15. 解答参照

16. 剰余の定理

(1) $A(2) = 8 - 10 + 3 = 1.$

(2) $A(-3) = -27 + 18 + 9 - 6 = -6.$

(3) $A\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{3} + \frac{2}{3} + 1 = 3.$

(4) $A\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8} + \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + 5 = \frac{31}{8}.$

17. $P(-1) = 0, P(-2) = 4, P(-3) = 0$ より $x + 1$ と $x + 3$ で割り切れる.

18. $P(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + k$ とおくと因数定理より $P(3) = 54 - 45 - 3 + k = 0$. よって $k = -6$.

19. (1) $P(x) = x^3 - 7x - 6$ とおくと $P(-1) = 0$ より $P(x) = (x + 1)(x^2 - x - 6) = (x + 1)(x + 2)(x - 3).$

(2) $P(x) = 2x^3 + x^2 - 8x - 4$ とおくと $P(2) = 0$ より $P(x) = (x - 2)(2x^2 + 5x + 2) = (x - 2)(x + 2)(2x + 1).$

(3) $P(x) = 10x^3 - 13x^2 - 15x + 18$ とおくと $P(1) = 0$ より $P(x) = (x - 1)(10x^2 - 3x - 18) = (x - 1)(2x - 3)(5x + 6).$

(4) $P(x) = x^4 - 4x^3 + 10x^2 - 17x + 10$ とおくと $P(1) = 0$ より $P(x) = (x - 1)(x^3 - 3x^2 + 7x - 10).$

$Q(x) = x^3 - 3x^2 + 7x - 10$ とおくと $Q(2) = 0$ より $Q(x) = (x - 2)(x^2 - x + 5).$

よって $P(x) = (x - 1)(x - 2)(x^2 - x + 5).$

p.5. CHECK

20. 解答参照

21. (1) 与式 $= 9a^2b^6.$

(2) 与式 $= 2x^2 + 5xy - 3y^2.$

(3) 与式 $= 4x^2 - 20xy + 25y^2.$

(4) 与式 $= a^2 - 9b^2.$

(5) 与式 $= a^3 - 9a^2b + 27ab^2 - 27b^3.$

(6) 与式 $= (3x - 2y)^2 + 2(3x - 2y) + 1$
 $= 9x^2 - 12xy + 4y^2 + 6x - 4y + 1.$

(7) 与式 $= x^3 - 27.$

(8) 与式 $= (3a+b)^2 + (3a+b) - 2 = 9a^2 + 6ab + b^2 + 3a + b - 2.$

22. (1) 与式 $= (x - 3)(x - 9).$

(2) 与式 $= a(b + 2) + (b^2 + b - 2) = a(b + 2) + (b + 2)(b - 1)$
 $= (b + 2)(a + b - 1).$

(3) 与式 $= 3y(x^2 - 4y^2) = 3y(x + 2y)(x - 2y).$

(4) 与式 $= (a - 2b)(a^2 + 2ab + 4b^2).$

(5) 与式 $= (3a - b)(a + 7b).$

(6) 与式 $= (4x - y)(x + 3y).$

23. ある整式を A とおくと除法の等式より $A = (x^2 + 2)(3x + 1) + 2x + 1 = 3x^3 + x^2 + 8x + 3.$

24. (1) $a^2b - ab^2 = ab(a - b), a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ より最大公約数 $a - b$, 最小公倍数 $ab(a - b)(a^2 + ab + b^2).$

(2) $x^2 + 2x - 15 = (x + 5)(x - 3), 2x^2 - 5x - 3 = (2x + 1)(x - 3), x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$ より最大公約数 $x - 3$,
 最小公倍数 $(x - 3)^2(x + 5)(2x + 1).$

25. (1) $P(x) = x^3 + 10x^2 - ax + 6$ とおくと剰余の定理より $P(-1) = -1 + 10 + a + 6 = 7$. よって $a = -8.$

(2) $P(x) = x^3 + ax^2 - 4x + 6$ とおくと剰余の定理より $P(2) = P(3)$. よって $P(2) = 8 + 4a - 8 + 6 = 4a + 6,$

$P(3) = 27 + 9a - 12 + 6 = 9a + 21$ より $4a + 6 = 9a + 21$. よって $a = -3.$

26. $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ とおくと $P(-1) = 0$ より $P(x) = (x + 1)(x^2 + x - 6) = (x + 1)(x - 2)(x + 3).$