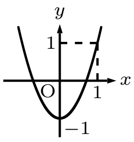
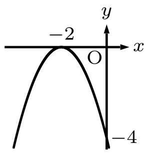
大日本図書　新基礎数学問題集　3 章§ 1 BASIC 詳しい解答

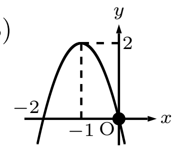
p.27. 3 章§ 1. 2 次関数　BASIC

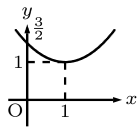
140. $f(-2)=-(-2)+2=4, f(a+2)=-(a+2)+2=-a, f(a-2)=-(a-2)+2=-a+4.$

141. (1) $-1 \leqq \frac{1}{3}x \leqq 1 \Rightarrow 0 \leqq y\left(=\frac{1}{3}x+1\right) \leqq 2.$　(2) $0 \leqq -2x \leqq 2 \Rightarrow -1 \leqq y(=-2x-1) \leqq 1.$

142. (1)

頂点 $(0,-1)$

(2)

頂点 $(-2,0)$

(3)

頂点 $(-1,2)$

(4)

頂点 $(1,1)$

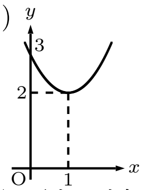
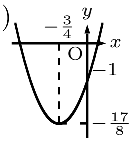
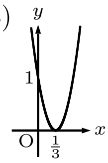
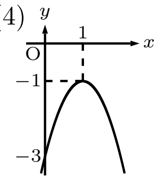
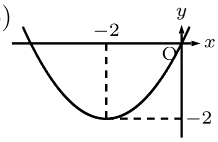
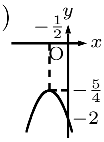
143. 軸の方程式は $x=1$, 頂点の座標は $(1,2)$. よって放物線の方程式は $y=a(x-1)^2+2$. 点 $(0,1)$ を通るから $1=a+2$.

よって $a=-1$. 放物線の方程式は $y=-(x-1)^2+2$.

144. (1) $y=-3(x+3)^2$.　(2) $y=-3(x-1)^2-1$.　(3) $y=-3(x+2)^2+1$.

145. (1) $y=(x-1)^2+2$　(2) $y=2\left(x+\frac{3}{4}\right)^2-\frac{17}{8}$　(3) $y=9\left(x-\frac{1}{3}\right)^2$

(4) $y=-2(x-1)^2-1$　(5) $y=\frac{1}{2}(x+2)^2-2$　(6) $y=-3\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$

(1)

(2)

(3)

(4)

(5)

(6)


146. (1) 頂点の座標より $y=a(x-2)^2-1$. 点 $(0,3)$ を通るから $3=4a-1$. よって $a=1$. 従って $y=(x-2)^2-1$.

(2) 軸の方程式より $y=a(x+2)^2+q$. 2 点 $(-1,3),(-5,11)$ を通るから $3=a+q, 11=9a+q$.

これを解いて $a=1, q=2$. よって $y=(x+2)^2+2$.

(3) y 軸上の頂点を $(0,q)$ とおくと $y=ax^2+q$. 2 点 $(-1,2),(2,-1)$ を通るから $2=a+q, -1=4a+q$.

これを解いて $a=-1, q=3$. よって $y=-x^2+3$.

147. (1) 求める放物線の方程式を $y=ax^2+bx+c$ とおくと 3 点を通るから $1=a+b+c \cdots$①$, 3=4a+2b+c \cdots$②,

$9=9a+3b+c \cdots$③. ②$-$① より $2=3a+b \cdots$④. ③$-$② より $6=5a+b \cdots$⑤. ⑤$-$④ より $4=2a$. よって

$a=2$. ④より $2=6+b$. よって $b=-4$. ①より $1=2-4+c$. よって $c=3$. 従って $y=2x^2-4x+3$.

(2) 求める放物線の方程式を $y=ax^2+bx+c$ とおくと 3 点を通るから $0=16a+4b+c \cdots$①$, 0=a+b+c \cdots$②,

$-4=c \cdots$③. ③より $c=-4$. これを①②に代入 $16a+4b-4=0 \cdots$④$, a+b-4=0 \cdots$⑤. ④$\div 4-$⑤ より

$3a+3=0$. よって $a=-1$. ⑤より $-1+b-4=0$. よって $b=5$. よって $y=-x^2+5x-4$.

148. (1) $y=(x-3)^2-2$ より最大値なし, 最小値 $-2\ (x=3)$.　(2) $y=-(x-2)^2+7$ より最大値 $7\ (x=2)$, 最小値なし.

(3) $y=\frac{1}{2}(x-1)^2-\frac{1}{2}$ より最大値なし, 最小値 $-\frac{1}{2}\ (x=1)$.

(4) $y=-3\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{31}{4}$ より最大値 $\frac{31}{4}\ \left(x=\frac{3}{2}\right)$, 最小値なし.

149. (1) $y=(x-1)^2-1$. $x=0$ のとき $y=0$, $x=2$ のとき $y=0$. よって最大値 $0\ (x=0,2)$, 最小値 $-1\ (x=1)$.

(2) $y=-(x-2)^2+6$. $x=0$ のとき $y=2$, $x=3$ のとき $y=5$. よって最大値 $6\ (x=2)$, 最小値 $2\ (x=0)$.

(3) $y=(x-3)^2-8$. $x=-1$ のとき $y=8$, $x=2$ のとき $y=-7$. よって最大値 $8\ (x=-1)$, 最小値 $-7\ (x=2)$.

(4) $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+3$. $x=-3$ のとき $y=\frac{5}{2}$, $x=1$ のとき $y=-\frac{3}{2}$. よって最大値 $3\ (x=-2)$,

最小値 $-\frac{3}{2}\ (x=1)$.

(5) $y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1$. $x=-1$ のとき $y=8$, $x=\dfrac{3}{2}$ のとき $y=-\dfrac{3}{4}$. よって最大値 8 $(x=-1)$, 最小値 $-\dfrac{3}{4}$ $\left(x=\dfrac{3}{2}\right)$.

(6) $y=-3x^2-3x+6=-3\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{27}{4}$. $x=-2$ のとき $y=0$, $x=2$ のとき $y=-12$. よって 最大値 $\dfrac{27}{4}$ $\left(x=-\dfrac{1}{2}\right)$, 最小値 -12 $(x=2)$.

150. 底辺の長さと高さの和が 6cm だから高さは $(6-x)$cm. よって面積を $y\mathrm{cm}^2$ とすると $y=\dfrac{1}{2}x(6-x)=-\dfrac{1}{2}x^2+3x$ $=-\dfrac{1}{2}(x-3)^2+\dfrac{9}{2}$. $x\geqq 0, 6-x\geqq 0$. よって $0\leqq x\leqq 6$. よって最大値 $\dfrac{9}{2}$ $(x=3)$.

151. $y=ax^2+bx+c$ と x 軸は $D>0$ のとき 2 点で交わる, $D=0$ のとき接する, $D<0$ のとき共有点なし.

(1) $D=(-3)^2-4=5>0$. よって 2 点で交わる. $x^2-3x+1=0$ より $x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{D}}{2}=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}$.

(2) $D=(-4)^2-4\cdot(-1)\cdot(-5)=-4<0$. よって共有点はなし.

(3) $D=(-2)^2-4\cdot\dfrac{1}{2}\cdot 2=0$. よって接する. $\dfrac{1}{2}x^2-2x+2=\dfrac{1}{2}(x-2)^2=0$ より $x=2$.

152. (1) $D=2^2-4\cdot(-1)\cdot 3k=4+12k>0$. よって $k>-\dfrac{1}{3}$.

(2) $D=(-k)^2-4\cdot 3\cdot 2=k^2-24=0$. よって $k=\pm\sqrt{24}=\pm 2\sqrt{6}$.

(3) $D=(-1)^2-4\cdot k\cdot 1=1-4k<0$. よって $k>\dfrac{1}{4}$.

153. (1) $x^2-3x+2\leqq 0 \Rightarrow (x-1)(x-2)\leqq 0$. よって $1\leqq x\leqq 2$.

(2) $(x+2)^2>0$. よって $x+2\neq 0$, すなわち $x\neq -2$.

(3) $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}<0$. $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2\geqq 0$ より解なし.

(4) $x^2-5x+3=0$ の解は $x=\dfrac{5\pm\sqrt{5^2-4\cdot 3}}{2}=\dfrac{5\pm\sqrt{13}}{2}$. よって不等式の解は $x<\dfrac{5-\sqrt{13}}{2}, \dfrac{5+\sqrt{13}}{2}<x$.

(5) $2\left(x-\dfrac{1}{4}\right)^2+\dfrac{7}{8}>0$. $\left(x-\dfrac{1}{4}\right)^2\geqq 0$ より解は実数全体.

p.29　CHECK

154. $y=-(x+1)^2+2$. 軸は $x=-1$, 頂点は $(-1,2)$.

155. (1) $y=(x-1)^2-1$. 頂点 $(1,-1)\to(4,-6)$. よって $y=(x-4)^2-6$.

(2) $y=\dfrac{1}{2}(x+1)^2-\dfrac{1}{2}$. 頂点 $\left(-1,-\dfrac{1}{2}\right)\to\left(-3,\dfrac{1}{2}\right)$. よって $y=\dfrac{1}{2}(x-3)^2+\dfrac{1}{2}$.

156. (1) 条件より頂点は $(2,0)$. よって $y=a(x-2)^2$. 点 $(0,-4)$ を通るから $-4=4a$. よって $a=-1$, $y=-(x-2)^2$.

(2) 頂点の y 座標が -4 より $y=a(x-p)^2-4$. 2 点 $(-1,0),(3,0)$ を通るから $0=a(-1-p)^2-4\cdots$①, $0=a(3-p)^2-4\cdots$②. ① − ② より $0=a(-1-p)^2-a(3-p)^2=a\{(-1-p)+(3-p)\}\{(-1-p)-(3-p)\}$ $=a(2-2p)(-4)$. $a\neq 0$ より $p=1$. ①より $0=4a-4$, $a=1$. よって $y=(x-1)^2-4$.

(3) $y=-2x^2$ を平行移動より $y=-2(x-p)^2+q$. 2 点 $(0,-1),(3,-7)$ を通るから $-1=-2p^2+q\cdots$①, $-7=-2(3-p)^2+q\cdots$②. ① − ② より $6=-2p^2+2(3-p)^2=-2p^2+2(9-6p+p^2)\}=18-12p$ よって $p=1$. ①より $-1=-2+q$, $q=1$. よって $y=-2(x-1)^2+1$.

(4) 求める放物線の方程式を $y=ax^2+bx+c$ とおくと 3 点を通るから $0=4a-2b+c\cdots$①, $0=a+b+c\cdots$②, $-6=a-b+c\cdots$③. ① − ② より $0=3a-3b$. よって $a=b$. ①③に代入 $0=2a+c, -6=c$. よって $c=-6, a=b=3$. 従って $y=3x^2+3x-6$.

157. $y=-x^2+4x+5=-(x-2)^2+9$. 頂点 $(2,9)$. $y=-x^2-2x+1=-(x+1)^2+2$. 頂点 $(-1,2)$. よって x 軸方向に 3, y 軸方向に 7 平行移動したもの.

158. $y=x^2+bx+c$ の頂点は $(4,3)$ を x 軸方向に -3, y 軸方向に -2 平行移動したもの, すなわち $(1,1)$ だから

$y=x^2+bx+c=(x-1)^2+1=x^2-2x+2$. よって $b=-2, c=2$.

159. $y=-(x-2)^2+7$.

(1) $x=-1$ のとき $y=-2$, $x=1$ のとき $y=6$. よって最大値 6 $(x=1)$, 最小値 -2 $(x=-1)$.

(2) $x=1$ のとき $y=6$, $x=3$ のとき $y=6$. よって最大値 7 $(x=2)$, 最小値 6 $(x=1,3)$.

(3) $x=3$ のとき $y=6$, $x=5$ のとき $y=-2$. よって最大値 6 $(x=3)$, 最小値 -2 $(x=5)$.

160. 断面積を $y\text{cm}^2$ とすると $y=x(16-2x)=-2x^2+16x=-2(x-4)^2+32$. $x \geqq 0, 16-2x \geqq 0$ より $0 \leqq x \leqq 8$.

よって最大値 32 $(x=4)$. 従って折り曲げる部分を 4cm にすればよい.

161. (1) $D=(-1)^2-4\cdot(-k)=1+4k>0$. よって $k>-\dfrac{1}{4}$. (2) $D=1+4k=0$. よって $k=-\dfrac{1}{4}$.

(3) $D=1+4k<0$. よって $k<-\dfrac{1}{4}$.

162. (1) 左辺 $=(x+3)^2 \geqq 0$. よって解はすべての実数.

(2) $2x^2-x-5=0$ の解は $x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot2\cdot(-5)}}{2\cdot2}=\dfrac{1\pm\sqrt{41}}{4}$. よって $\dfrac{1-\sqrt{41}}{4} \leqq x \leqq \dfrac{1+\sqrt{41}}{4}$.

(3) $3x^2+3x+4=3\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{13}{4} \geqq \dfrac{13}{4}>0$. よって解なし.