大日本図書　新基礎数学問題集　3 章§ 2 BASIC 詳しい解答

p.33. 3 章§ 2. いろいろな関数　BASIC

172. $f(x)$ が偶関数 $\Leftrightarrow f(-x)=f(x) \Leftrightarrow$ グラフが y 軸に関して対称,

$f(x)$ が奇関数 $\Leftrightarrow f(-x)=-f(x) \Leftrightarrow$ グラフが原点に関して対称

(1) $f(x)=3x$ とおくと $f(-x)=-3x=-f(x)$. よって奇関数.

(2) $f(x)=x-1$ とおくと $f(-x)=-x-1 \neq f(x)$. $-f(x)=-x+1$. よって $f(-x) \neq -f(x)$. 従って偶関数でも奇関数でもない.

(3) $f(x)=-x^2$ とおくと $f(-x)=-(-x)^2=-x^2=f(x)$. よって偶関数.

(4) $f(x)=x^4+3x^2$ とおくと $f(-x)=(-x)^4+3(-x)^2=x^4+3x^2=f(x)$. よって偶関数.

(5) $f(x)=x^2+x$ とおくと $f(-x)=x^2-x \neq f(x)$. $-f(x)=-x^2-x$. よって $f(-x) \neq -f(x)$. 従って偶関数でも奇関数でもない.

(6) $f(x)=(x-1)^3=x^3-3x^2+3x-1$ とおくと $f(-x)=(-x-1)^3=-x^3-3x^2-3x-1 \neq f(x)$. $-f(x)$ $=-x^3+3x^2-3x+1$. よって $f(-x) \neq -f(x)$. 従って偶関数でも奇関数でもない.

(7) $f(x)=\dfrac{1}{2}x^3$ とおくと $f(-x)=\dfrac{1}{2}(-x)^3=-\dfrac{1}{2}x^3=-f(x)$. よって奇関数.

(8) $f(x)=\dfrac{1}{x}$ とおくと $f(-x)=\dfrac{1}{-x}=-\dfrac{1}{x}=-f(x)$. よって奇関数.

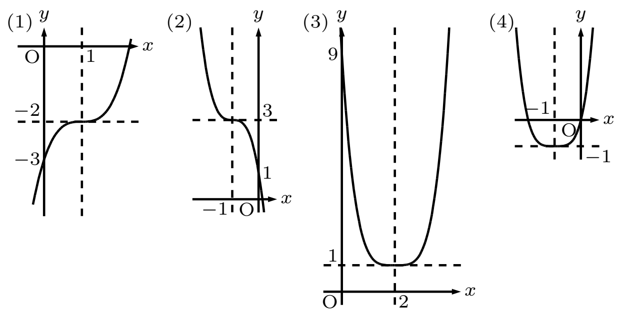
(9) $f(x)=\dfrac{x+1}{x}$ とおくと $f(-x)=\dfrac{-x+1}{-x}=\dfrac{x-1}{x} \neq f(x)$. $-f(x)=\dfrac{-x-1}{x}$. よって $f(-x) \neq -f(x)$. 従って偶関数でも奇関数でもない.

173. (1) $y=x^3$ のグラフを x 軸方向に 1, y 軸方向に -2 平行移動.

(2) $y=x^3$ を x 軸に関して対称移動. y 軸方向に 2 倍に拡大後, x 軸方向に -1, y 軸方向に 3 平行移動.

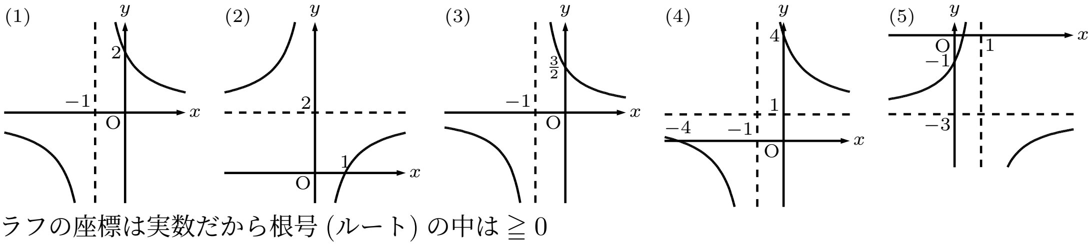
(3) $y=x^4$ を y 軸方向に $\dfrac{1}{2}$ 倍に縮小後, x 軸方向に 2, y 軸方向に 1 平行移動.

(4) $y=x^4$ を x 軸方向に -1, y 軸方向に -1 平行移動.



174. (1) 漸近線 $x=-1, y=0$(x 軸)　(2) 漸近線 $x=0$(y 軸), $y=2$　(3) 漸近線 $x=-1, y=0$(x 軸)

(4) $y=1+\dfrac{3}{x+1}$. 漸近線 $x=-1, y=1$　(5) $y=-3-\dfrac{2}{x-1}$. 漸近線 $x=1, y=-3$



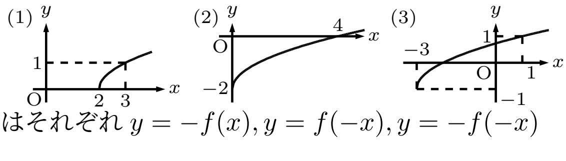
175. グラフの座標は実数だから根号 (ルート) の中は $\geqq 0$

(1) $x+2 \geqq 0$ より $x \geqq -2$.　(2) $x+1 \geqq 0$, また分母 $\sqrt{x+1} \neq 0$ より $x>-1$.

(3) $-x^2+3x+4 \geqq 0$ より $x^2-3x-4=(x-4)(x+1) \leqq 0$. よって $-1 \leqq x \leqq 4$.

(4) $x^2-4x+5=(x-2)^2+1 \geqq 0$. これは常に成り立つから実数全体.

176. (1) 定義域 $x \geqq 2$　(2) 定義域 $x \geqq 0$　(3) 定義域 $x \geqq -3$



177. $y=f(x)$ のグラフと x 軸, y 軸, 原点に関して対称なグラフの方程式はそれぞれ $y=-f(x), y=f(-x), y=-f(-x)$

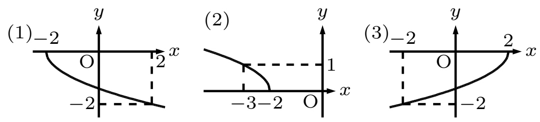
(1) $y=-(x^3-2x^2)=-x^3+2x^2.$ (2) $y=(-x)^3-2(-x)^2=-x^3-2x^2.$

(3) $y=-\{(-x)^3-2(-x)^2\}=x^3+2x^3$

178. (1) 定義域 $x\geqq -2$. $y=\sqrt{x+2}$ のグラフと y 軸対称.

(2) 定義域 $x\leqq -2$. $y=\sqrt{x-2}$ のグラフと y 軸対称.

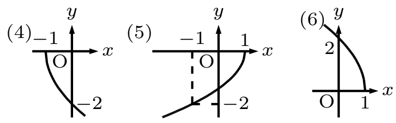
(3) 定義域 $x\leqq 2$. $y=\sqrt{x+2}$ のグラフと原点対称.



(4) 定義域 $x\geqq -1$. $y=\sqrt{x+2}$ のグラフと x 軸対称, y 軸方向に 2 倍に拡大.

(5) 定義域 $x\leqq 1$. $y=\sqrt{x+1}$ のグラフと原点対称, x 軸方向に $\dfrac{1}{2}$ 倍に拡大.

(6) 定義域 $x\leqq 1$. $y=\sqrt{x+1}$ のグラフと y 軸対称, y 軸方向に 2 倍に拡大.



179. $y=f(x)$ の逆関数　$y=f(x)$ を x について解く, つまり $x=g(y)$ に変形. $y=g(x)$ が逆関数

(1) $y(x-1)=1\Rightarrow xy-y=1\Rightarrow xy=y+1\Rightarrow x=\dfrac{y+1}{y}$. 逆関数は $y=\dfrac{x+1}{x}\left(=1+\dfrac{1}{x}\right)$. 定義域 $x\neq 0$,

値域 $y\neq 1$(共に漸近線以外)

(2) $-2x^2=-y-1\Rightarrow x^2=\dfrac{y+1}{2}$. $x\geqq 0$ より $x=\sqrt{y+1}2$. 逆関数は $y=\sqrt{\dfrac{x+1}{2}}$. 定義域 $x\geqq -1$, 値域 $y\geqq 0$.

(3) $-\sqrt{x}=y\Rightarrow x=y^2$. 逆関数は $y=x^2$. 定義域 $x\leqq 0$ (元の関数の値域 $y\leqq 0$ による), 値域 $y\geqq 0$.

(4) $-\sqrt{1-2x}=-y-1\Rightarrow 1-2x=(y+1)^2\Rightarrow -2x=(y+1)^2-1\Rightarrow x=-\dfrac{1}{2}(y+1)^2+\dfrac{1}{2}$.

逆関数は $y=-\dfrac{1}{2}(x+1)^2+\dfrac{1}{2}$. 定義域 $x\geqq -1$ (元の関数の値域 $y\geqq -1$ による), 値域は $y\leqq\dfrac{1}{2}$.

p.34　CHECK

180. (1) $f(-x)=-x=-f(x)$. よって奇関数. (2) $f(-x)=(-x)^2-1=x^2-1=f(x)$. よって偶関数.

(3) $f(-x)=(-x)\{(-x)^2-1\}=-x(x^2-1)=-f(x)$. よって奇関数.

(4) $f(-x)=1=f(x)$. よって偶関数. (5) $f(-x)=1+(-x)^4=1+x^4=f(x)$. よって偶関数.

(6) $f(-x)=1+(-x)^3=1-x^3\neq f(x)$. $-f(x)=-1-x^3$. よって $f(-x)\neq -f(x)$. 従ってどちらでもない.

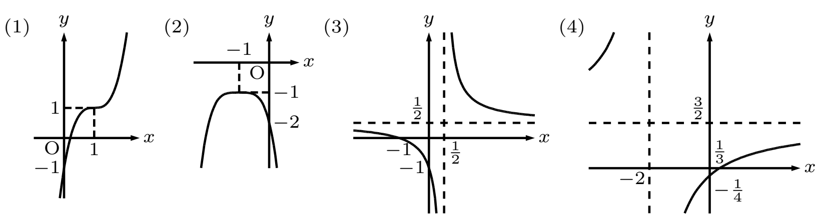
181. (1) $y=2-\dfrac{5}{x+2}$. 漸近線 $x=-2, y=2$ より定義域 $x\neq -2$, 値域 $y\neq 2$.

(2) $x+3\geqq 0, y-3=-\sqrt{x+3}\leqq 0$ より定義域 $x\geqq -3$, 値域 $y\leqq 3$.

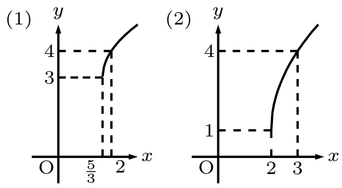
182. $y=3-\dfrac{2}{x+1}$(漸近線が $x=0\to x=-1, y=0\to y=3$).

183. $y=\sqrt{2(x+2)}-3$(グラフの開始点が $(0,0)\to(-2,-3)$).

184.

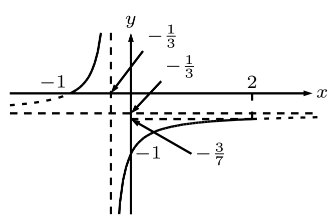


185.



186. $y=-\dfrac{1}{3}-\dfrac{\frac{2}{3}}{3x+1}$. $x=-1$ のとき $y=0$, $x=2$ のとき $y=-\dfrac{3}{7}$

であり, グラフは右図のようになる. 値域は $y\leqq -\dfrac{3}{7}, 0\leqq y$.

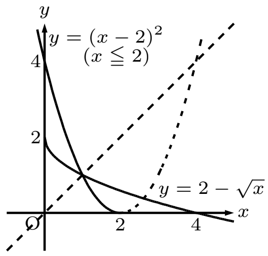


187. $x=-11$ のとき $y=\sqrt{22+a}$, $x=-3$ のとき $y=\sqrt{6+a}$. $\sqrt{22+a}>\sqrt{6+a}$ より $\sqrt{22+a}=5, \sqrt{6+a}=3$.

それぞれ $22+a=25, 6+a=9$ でいずれも $a=3$.

188. (1) $y=(x-2)^2 \Rightarrow (x-2)^2=y$. $x \leqq 2$ より $x-2 \leqq 0$ だから $x-2=-\sqrt{y} \Rightarrow x=2-\sqrt{y} \Rightarrow y=2-\sqrt{x}$.

よって $g(x)=2-\sqrt{x}$.



(2) $y=(x-2)^2\ (x \leqq 2), y=2-\sqrt{x}$ のグラフ (右図) より交点はただ一つ.

2 つのグラフは直線 $y=x$ に関して対称だから交点も対称な位置に存在する.

よってただ一つの交点は直線 $y=x$ 上にある. よって $y=(x-2)^2, y=x$

より $(x-2)^2=x \Rightarrow x^2-5x+4=(x-1)(x-4)=0 \Rightarrow x=1,4$.

$x \leqq 2$ より $x=1, y=1$. よって求める交点は $(1,1)$.

189. $y=f(x)$ のグラフを y 軸方向に C 倍に拡大 (縮小) したグラフの方程式は $y=Cf(x)$, x 軸方向に C 倍に拡大 (縮小) したグラフの方程式は $y=f\left(\dfrac{1}{C}x\right)$. よって $y=2\cdot\dfrac{1}{\frac{1}{2}x-3}=\dfrac{4}{x-6}$, すなわち $y=\dfrac{4}{x-6}$.