p.35. 3 章§ 2. いろいろな関数　STEP UP

190. $y = \dfrac{a}{x-p} + q$, 漸近線は $x = p, y = q$

(1) 漸近線の条件より $y = \dfrac{a}{x+2} + q$. 2 点 $(2,4), (-1,7)$ を通るから $4 = \dfrac{a}{4} + q \cdots ①, 7 = a + q \cdots ②$.

② − ① より $3 = \dfrac{3}{4}a$. よって $a = 4$. ②より $q = 3$. よって $y = \dfrac{4}{x+2} + 3$.

(2) 漸近線の条件より $y = \dfrac{a}{x-p} + 2$. 2 点 $(4,6), (2,-2)$ を通るから $6 = \dfrac{a}{4-p} + 2, -2 = \dfrac{a}{2-p} + 2$. よって

$16 - 4p = a \cdots ①, -8 + 4p = a \cdots ②$. ② − ① より $-24 + 8p = 0$. よって $p = 3$. ②より $a = 4$.

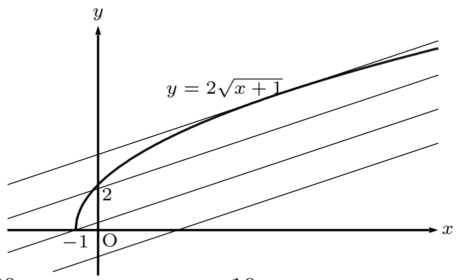
よって $y = \dfrac{4}{x-3} + 2$.

(3) $y = \dfrac{3}{x-p} + q$. 2 点 $(-2,8), (-4,10)$ を通るから $8 = \dfrac{3}{-2-p} + q \cdots ①, 10 = \dfrac{3}{-4-p} + q \cdots ②$. ② − ① より

$2 = \dfrac{3}{-4-p} - \dfrac{3}{-2-p} \Rightarrow 2(-4-p)(-2-p) = 3(-2-p) - 3(-4-p) \Rightarrow 2(p^2+6p+8) = 6 \Rightarrow p^2 + 6p + 5 = 0$

$(p+1)(p+5) = 0$. 従って $p = -1, -5$. ①より $p = -1$ のとき $q = 11$,$p = -5$ のとき $q = 7$. よって

$y = \dfrac{3}{x+1} + 11, y = \dfrac{3}{x+5} + 7$.



191. グラフより直線 $y = \dfrac{1}{3}x + k$ が無理関数 $y = 2\sqrt{x+1}$ に接するとき

より下にあり, 点 $(-1, 0)$ を通るとき以上である.

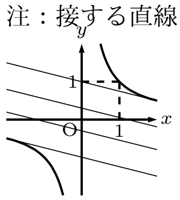
接するときは $y = \dfrac{1}{3}x + k, y = 2\sqrt{x+1}$ より $\dfrac{1}{3}x + k = 2\sqrt{x+1}$.

$\dfrac{1}{9}x^2 + \dfrac{2}{3}kx + k^2 = 4(x+1) \Rightarrow \dfrac{1}{9}x^2 + \left(\dfrac{2}{3}k - 4\right)x + k^2 - 4 = 0$.

これが重解ならよいから $D = \left(\dfrac{2}{3}k - 4\right)^2 - 4 \cdot \dfrac{1}{9}(k^2 - 4) = -\dfrac{16}{3}k + \dfrac{160}{9} = 0$. よって $k = \dfrac{10}{3}$.

点 $(-1, 0)$ を通るときは $0 = -\dfrac{1}{3} + k$. よって $k = \dfrac{1}{3}$. 以上により $\dfrac{1}{3} \leqq k < \dfrac{10}{3}$.

注：接する直線より下にある直線は図より右側で $y = 2\sqrt{x+1}$ とすべて交わっている.

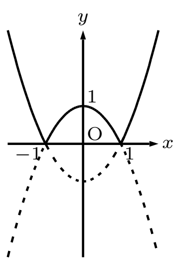
192. 

直線 $y = -\dfrac{1}{4}x + k$ が分数関数 $y = \dfrac{1}{x}$ に接するのは $y = -\dfrac{1}{4}x + k, y = \dfrac{1}{x}$ より $-\dfrac{1}{4}x + k = \dfrac{1}{x}$

$x^2 - 4kx + 4 = 0$. これが重解をもてばよいから $D = (-4k)^2 - 4 \cdot 4 = 16k^2 - 16 = 0$. よって $k = \pm 1$.

グラフよりこの接する場合の間にあるとき共有点をもたないから $-1 \leqq k \leqq 1$.

p.36　PLUS



193. (1) $1 - x^2 \geqq 0 \Rightarrow x^2 - 1 = (x+1)(x-1) \leqq 0 \to -1 \leqq x \leqq 1$ のとき $y = 1 - x^2$,

$1 - x^2 < 0 \Rightarrow x < -1, 1 < x$ のとき $y = -(1 - x^2) = x^2 - 1$.

よって右図のグラフの通り.

(2) $x \geqq 0$ のとき $y = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$,

$x < 0$ のとき $y = x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$.

よって右図のグラフの通り.