p.38. 6 章§ 2. 指数関数　BASIC

194. (1) $\pm\sqrt{7}$　(2) $\sqrt[3]{7}$　(3) $\pm\sqrt{\pi}$　(4) $\sqrt[3]{\pi}$

(5) $\pm\sqrt[4]{12}$　(6) $\sqrt[5]{12}$　(7) $-\sqrt[3]{16}$　(8) なし

195. (1) 与式 $=\sqrt[4]{81}=\sqrt[4]{3^4}=3$　(2) 与式 $=\sqrt[3]{1000}=\sqrt[3]{10^3}=10$　(3) 与式 $=\sqrt[3]{8}=\sqrt[3]{2^3}=2$

(4) 与式 $=\sqrt[3]{6^2\cdot 48}=\sqrt[3]{6^3\cdot 2^3}=12$　(5) 与式 $=\sqrt[4]{\dfrac{54^3}{24}}=\sqrt[4]{3^8}=9$　(6) 与式 $=\dfrac{\sqrt[3]{147\cdot 63}}{7}=\dfrac{\sqrt[3]{7^3\cdot 3^3}}{7}=3$

(7) 与式 $=\sqrt[4]{\dfrac{27\cdot 9\cdot 162}{6^5}}=\sqrt[4]{\dfrac{3^4}{2^4}}=\dfrac{3}{2}.$　(8) 与式 $=\sqrt[3]{0.005\cdot 0.025}=\sqrt[3]{0.05^3}=0.05.$

(9) 与式 $=\sqrt{\sqrt[3]{6^3}}\times\sqrt{6^2}\div\sqrt[3]{(-3)^3}=\sqrt{6}\times 6\div(-3)=-2\sqrt{6}.$

(10) $\sqrt[3]{81}=\sqrt[3]{3^4}=\sqrt[3]{3^3}\sqrt[3]{3}=3\sqrt[3]{3},\ \dfrac{6}{\sqrt[3]{9}}=\dfrac{6}{\sqrt[3]{3^2}}=\dfrac{6\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3^3}}=\dfrac{6\sqrt[3]{3}}{3}=2\sqrt[3]{3}.$ よって与式 $=\left(3\sqrt[3]{3}-2\sqrt[3]{3}\right)^3=\sqrt[3]{3}^3=3$

196. (1) 与式 $=x^{(-2)\times 3\times(-1)}=x^6$　(2) 与式 $=x^{2+1}y^{1-2}=x^3y^{-1}$　(3) 与式 $=x^{1-(-2)}y^{-2-1}=x^3y^{-3}$

(4) 与式 $=2^{-3}x^{-1\times(-3)}=\dfrac{x^3}{8}$　(5) 与式 $=x^{-3-2\times(-1)}=x^{-1}$　(6) 与式 $=\dfrac{10^2x^{3\times 2}y^{-2\times 2}}{5^3x^{-1\times 3}y^{2\times 3}}=\dfrac{4x^9}{5y^{10}}$

(7) $x^{\frac{1}{3}}=a, y^{-\frac{1}{3}}=b$ とおくと与式 $=(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3=(x^{\frac{1}{3}})^3+(y^{-\frac{1}{3}})^3=x+y^{-1}=x+\dfrac{1}{y}$

197. (1) 与式 $=(a^{\frac{1}{4}})^{12}=a^{\frac{1}{4}\times 12}=a^3$　(2) 与式 $=\dfrac{a}{a^{\frac{3}{5}}}=a^{1-\frac{3}{5}}=a^{\frac{2}{5}}$　(3) 与式 $=\dfrac{1}{a^{\frac{5}{6}}}=a^{-\frac{5}{6}}$

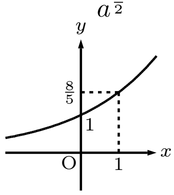
(4) 与式 $=a^{-\frac{3}{7}\times(-4)}=a^{\frac{12}{7}}$　(5) 与式 $=(a^{-\frac{5}{6}})^3=a^{-\frac{5}{6}\times 3}=a^{-\frac{5}{2}}$　(6) 与式 $=\sqrt[3]{a^{\frac{3}{4}}}=a^{\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}}=a^{\frac{1}{4}}$

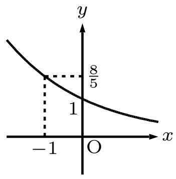
198. (1) 与式 $=a^{\frac{3}{8}}=\sqrt[8]{a^3}$　(2) 与式 $=a^{-\frac{6}{5}}=\sqrt[5]{a^{-6}}$　(3) 与式 $=a^{-\frac{3}{4}}=\sqrt[4]{a^{-3}}$

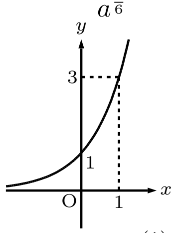
(4) 与式 $=a^{\frac{7}{4}}=\sqrt[4]{a^7}$　(5) 与式 $=a^{2.2}=a^{\frac{11}{5}}=\sqrt[5]{a^{11}}$　(6) 与式 $=a^{-0.6}=a^{-\frac{3}{5}}=\sqrt[5]{a^{-3}}$

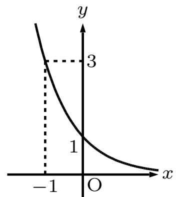
199. (1) 与式 $=a^{\frac{1}{4}}\times a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}}=a^{\frac{3}{4}}=\sqrt[4]{a^3}$　(2) 与式 $=a^{\frac{2}{3}}\times a^{\frac{4}{5}}=a^{\frac{2}{3}+\frac{4}{5}}=a^{\frac{22}{15}}=\sqrt[15]{a^{22}}$

(3) 与式 $=\dfrac{a^{\frac{7}{6}}}{a^{\frac{1}{2}}}=a^{\frac{7}{6}-\frac{1}{2}}=a^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{a^2}$　(4) 与式 $=\dfrac{a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{6}}}=a^{\frac{2}{3}-\frac{1}{6}}=a^{\frac{1}{2}}=\sqrt{a}$

200. (1)


(2)


(3)


(4)


201. (1) $y=2^{x+1}$. $x=-1$ のとき $y=2^0=1, x=0$ のとき $y=2^1=2$ より

$(-1,1),(0,2)$ を通る. $y=2^x$ のグラフを x 軸方向に -1 平行移動.

(2) $y=2^{x-1}$. $x=1$ のとき $y=2^0=1, x=2$ のとき $y=2^1=2$

$(1,1),(2,2)$ を通る. $y=2^x$ のグラフを x 軸方向に 1 平行移動.

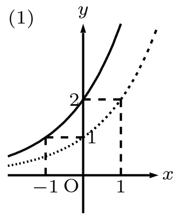
(3) $y=-2^x$. $y=2^x$ のグラフと x 軸に関して対称移動.

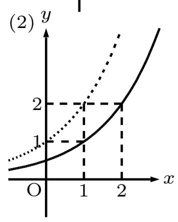
(4) $y=2^{-1}(2^{-1})^x=2^{-(x+1)}$. $y=2^x$ のグラフを

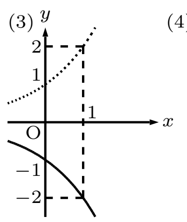
y 軸に関して対称移動後 x 軸方向に -1 平行移動.

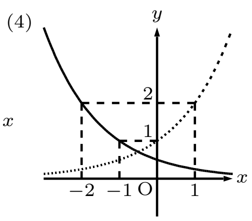
(5) $y=2(2^{-1})^x=2^{-(x-1)}$. $y=2^x$ のグラフを y 軸に関して対称移動後 x 軸方向に 1 平行移動.

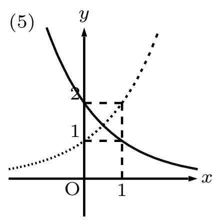
(6) $y=-(2^{-1})^{3-x}=-2^{x-3}$. $y=2^x$ のグラフを x 軸に関して対称移動後 x 軸方向に 3 平行移動.

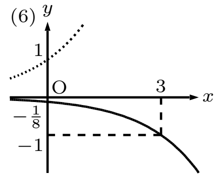












202. (1) $3^{3x}=\sqrt[3]{3^4}=3^{\frac{4}{3}}$. よって $3x=\dfrac{4}{3}$ より $x=\dfrac{4}{9}.$

(2) 左辺 $=(2^3)^{2x-4}=2^{6x-12}$. よって $2^{6x-12}=2=2^1$. 従って $6x-12=1$ より $x=\dfrac{13}{6}.$

(3) $5^{-x}=\sqrt{5^3}=5^{\frac{3}{2}}$. よって $-x=\dfrac{3}{2}$ より $x=-\dfrac{3}{2}.$

(4) $3^x=X$ とおけば $3^{2x}=(3^x)^2=X^2$ だから $X^2-4X+3=0$ より $(X-1)(X-3)=0$. よって $X=1,3$.

$3^x=1,3=3^0,3^1$. よって $x=0,1$.

(5) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x=X$ とおけば $\left(\dfrac{1}{4}\right)^x=\left\{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\right\}^x=\left\{\left(\dfrac{1}{2}\right)^x\right\}^2=X^2$ だから $X^2-2X-8=0$ より $(X-4)(X+2)=0$.

よって $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x=X=4,-2$. $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x>0$ より $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x=4$. $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x=(2^{-1})^x=2^{-x}$ より $2^{-x}=4=2^2$.

よって $-x=2$ より $x=-2$.

203. (1) $2^x<\dfrac{1}{8}=2^{-3}$. $y=2^x$ は単調増加より $x<-3$.

(2) $2^{x-1}>8=2^3$. $y=2^x$ は単調増加より $x-1>3$. よって $x>4$.

(3) $3^{3x-4}>9^{2x}=3^{4x}$. $y=3^x$ は単調増加より $3x-4>4x$. よって $x<-4$.

(4) $\left(\dfrac{1}{5}\right)^x=(5^{-1})^x=5^{-x}$ だから $5^{-x}>25=5^2$. $y=5^x$ は単調増加より $-x>2$. よって $x<-2$.

p.40　CHECK

204. (1) 与式 $=\sqrt[3]{-2^6}\sqrt[5]{-2^5}=\sqrt[3]{(-2^2)^3}\sqrt[5]{(-2)^5}=-2^2\cdot(-2)=8$.

(2) 与式 $=\sqrt[4]{3^4}\sqrt[3]{3^3}=3\cdot 3=9$.

(3) 与式 $=\sqrt[3]{32}=\sqrt[3]{2^5}=\sqrt[3]{2^3\cdot 2^2}=\sqrt[3]{2^3}\sqrt[3]{2^2}=2\sqrt[3]{4}$.

205. a の n 乗根 $\Leftrightarrow$ $x^n=a$ をみたす実数 x ①n が奇数のとき ただ 1 つ存在. $\sqrt[n]{a}$ と表す. ②n が偶数のとき (i)$a>0$ なら 2 つ存在. 正の方を $\sqrt[n]{a}$ と表す (負の方は $-\sqrt[n]{a}$). (ii)$a=0$ なら 0. $\sqrt[n]{0}=0$ とする. (iii)$a<0$ なら存在しない.

(1) $x=a$ とすると $x^3=a^3$ より $x=a$ はただ 1 つの a^3 の 3 乗根. よって $\sqrt[3]{a^3}=a$ は正しい.

(2) $\sqrt[4]{a^4}\geqq 0$ だから $a<0$ のとき $\sqrt[4]{a^4}\neq a$ であり, 正しくない.

(3) $a^2=A$ とおけば $\sqrt[3]{A^3}=A$. よって (1) より正しい.

(4) $x=\sqrt[3]{a}$ とおけば x は a の 3 乗根だから $x^3=a$. よって $(\sqrt[3]{a})^6=x^6=a^2$ より正しい.

(5) $x=\sqrt[5]{a}\sqrt[5]{b}$ とすると $\sqrt[5]{a},\sqrt[5]{b}$ はそれぞれ a,b の 5 乗根だから $x^5=(\sqrt[5]{a}\sqrt[5]{b})^5=(\sqrt[5]{a})^5(\sqrt[5]{b})^5=ab$.

よって $x=\sqrt[5]{a}\sqrt[5]{b}$ はただ 1 つの ab の 5 乗根だから $\sqrt[5]{ab}=\sqrt[5]{a}\sqrt[5]{b}$ は正しい.

(6) $a<0,b<0$ とすると $\sqrt[6]{a},\sqrt[6]{b}$ は存在しないが, $ab>0$ より $\sqrt[6]{ab}$ は存在するから正しくない.

(7) $a<0$ とすると $\sqrt{a}$ は存在しないが, $a^2>0$ より $\sqrt[4]{a^2}$ は存在するから正しくない.

(8) $x=-a$ とすると $x^7=(-a)^7$. よって $-a$ はただ 1 つの $(-a)^7$ の 7 乗根. $\sqrt[7]{(-a)^7}=-a$ は正しい.

206. (1) 与式 $=\dfrac{1}{a^2a^{\frac{1}{3}}}=\dfrac{1}{a^{2+\frac{1}{3}}}=\dfrac{1}{a^{\frac{7}{3}}}=a^{-\frac{7}{3}}$.　(2) 与式 $=a\cdot a^{\frac{3}{4}}=a^{1+\frac{3}{4}}=a^{\frac{7}{4}}$.

(3) 与式 $=\sqrt{a^{\frac{4}{3}}}=a^{\frac{4}{3}\times\frac{1}{2}}=a^{\frac{2}{3}}$.

207. (1) 与式 $=a^{\frac{4}{3}-\frac{1}{2}}=a^{\frac{5}{6}}=\sqrt[6]{a^5}$.　(2) 与式 $=\dfrac{a^{\frac{4}{3}}}{a^{\frac{5}{6}}}=a^{\frac{4}{3}-\frac{5}{6}}=a^{\frac{1}{2}}=\sqrt{a}$.

(3) 与式 $=\dfrac{a^{\frac{3}{5}}}{a^2}=a^{\frac{3}{5}-2}=a^{-\frac{7}{5}}=\sqrt[5]{a^{-7}}$.

208. (1) 与式 $=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}\times a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{5}{6}}}=a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{5}{6}}=a^0=1$.　(2) 与式 $\dfrac{a^{\frac{5}{3}}}{a^{\frac{5}{4}}}\times a^{\frac{1}{6}}=a^{\frac{5}{3}-\frac{5}{4}+\frac{1}{6}}=a^{\frac{7}{12}}=\sqrt[12]{a^7}$.

(3) 与式 $=\dfrac{a^{\frac{1}{2}}\times a^{\frac{1}{12}}}{a^{\frac{1}{3}}\times a^{\frac{1}{4}}}=a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{12}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}}=a^0=1$.

209. (1) 与式 $=\dfrac{(x^{-1})^2-(y^{-1})^2}{x^{-1}+y^{-1}}=\dfrac{(x^{-1}+y^{-1})(x^{-1}-y^{-1})}{x^{-1}+y^{-1}}=x^{-1}-y^{-1}=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}$.

(2) 与式 $=\dfrac{3a}{\frac{1}{(4a^2)^{0.5}}}=3a\times(4a^2)^{0.5}=3a\times 4^{\frac{1}{2}}\times a^1=3a\times\sqrt{4}\times a=6a^2$.

(3) 与式 $=2^{\frac{2}{3}}\times a^{2\times\frac{2}{3}}\times 2^{\frac{1}{3}}\times a^{-1\times\frac{1}{3}}=2^{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}}\times a^{\frac{4}{3}-\frac{1}{3}}=2^1\times a^1=2a$.

(4) 与式 $= (a^{-\frac{1}{2}})^2 + 2a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}} + (a^{\frac{1}{2}})^2 = a^{-\frac{1}{2}\times 2} + 2a^{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} + a^{\frac{1}{2}\times 2} = a^{-1} + 2a^0 + a^1 = \dfrac{1}{a} + 2 + a$.

210. (1) $y = 3^2 \cdot 3^x = 3^{x+2}$. よって $y = 3^x$ のグラフを x 軸方向に -2 平行移動.

(2) $y = -(3^{-1})x = -3^{-x}$. よって $y = 3^x$ のグラフを原点に関して対称移動.

(3) $y = 3(3^{-1})^x + 1 = 3^{-x+1} + 1 = 3^{-(x-1)} + 1$. よって $y = 3^x$ のグラフを y 軸に関して対称移動後 x 軸方向に 1, y 軸方向に 1 平行移動.

(4) $y = -\dfrac{3^x}{3^3} = -3^{x-3}$. よって $y = 3^x$ のグラフを x 軸に関して対称移動後 x 軸方向に 3 平行移動.

211. (1) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^x = 3^{-x} = X$ とおくと $\left(\dfrac{1}{9}\right)^x = 3^{-2x} = (3^{-x})^2 = X^2$ だから $9X^2 - 28X + 3 = (9X-1)(X-3) = 0$.
よって $X = 3^{-x} = \dfrac{1}{9}, 3 = 3^{-2}, 3^1$. 従って $-x = -2, 1$ より $x = 2, -1$.

(2) $2^x = X$ とおくと $2^{2x} = (2^x)^2 = X^2$ だから $X^2 - 6X - 16 = (X-8)(X+2) = 0$. よって $X = 2^x = 8, -2$.
$2^x > 0$ より $2^x = 8 = 2^3$. よって $x = 3$.

212. (1) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x = (2^{-1})^x = 2^{-x}$ だから $2^{-x} > \sqrt[3]{32} = \sqrt[3]{2^5} = 2^{\frac{5}{3}}$. $y = 2^x$ は単調増加だから $-x > \dfrac{5}{3}$. よって $x < -\dfrac{5}{3}$.

(2) $3^{2x-1} > \dfrac{1}{\sqrt[3]{81}} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{3^4}} = \dfrac{1}{3^{\frac{4}{3}}} = 3^{-\frac{4}{3}}$. $y = 3^x$ は単調増加だから $2x - 1 > -\dfrac{4}{3}$. よって $2x > -\dfrac{4}{3} + 1 = -\dfrac{1}{3}$
より $x > -\dfrac{1}{6}$.