大日本図書　新線形代数問題集　1 章§ 2 BASIC 詳しい解答

p.10. 1 章§ 2. 空間のベクトル　BASIC

53. 解答参照

54. 解答参照

55. $\sqrt{\{2-(-1)\}^2+(-1-2)^2+(3-1)^2}=\sqrt{22}$.

56. $\sqrt{(-1-1)^2+\{0-(-2)\}^2+\{z-(-3)\}^2}=4$ より $\sqrt{8+(z+3)^2}=4 \Rightarrow 8+(z+3)^2=16 \Rightarrow (z+3)^2=8$

$\Rightarrow z+3=\pm\sqrt{8}=\pm 2\sqrt{2} \Rightarrow z=-3\pm 2\sqrt{2}$.

57. (1) $\vec{a}-\vec{b}=(1-(-2),-1-1,1-0)=(3,-2,1)$. よって $|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{3^2+(-2)^2+1^2}=\sqrt{14}$.

(2) $2\vec{a}+3\vec{b}=(2+(-6),-2+3,2+0)=(-4,1,2)$. よって $|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{(-4)^2+1^2+2^2}=\sqrt{21}$.

58. $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{AO}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}=-\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}=-(1,-1,2)+(-4,3,-1)=(-5,4,-3), \overrightarrow{\mathrm{CD}}=\overrightarrow{\mathrm{CO}}+\overrightarrow{\mathrm{OD}}=-\overrightarrow{\mathrm{OC}}+\overrightarrow{\mathrm{OD}}$

$=-(2,1,-1)+(7,-3,2)=(5,-4,3)$. よって $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=-\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ だから四角形 ABCD は平行四辺形.

59. 線分 AB を $m:n$ の比に内分する点を P とすると $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\dfrac{n\overrightarrow{\mathrm{OA}}+m\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{m+n}$

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\dfrac{3(1,-4,-3)+2(-4,6,2)}{2+3}=(-1,0,-1)$. よって $\mathrm{P}(-1,0,-1)$.

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\dfrac{2(1,-4,-3)+3(-4,6,2)}{3+2}=(-2,2,0)$. よって $\mathrm{P}(-2,2,0)$.

60. (1) $\overrightarrow{\mathrm{OG}}=\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}+\overrightarrow{\mathrm{OD}}}{3}=\dfrac{\vec{a}+\vec{c}+\vec{d}}{3}$. (平面のベクトルで習った三角形の重心の座標の公式による)

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OB}}+3\overrightarrow{\mathrm{OG}}}{3+1}=\dfrac{\vec{b}+3\cdot\frac{\vec{a}+\vec{c}+\vec{d}}{3}}{4}=\dfrac{\vec{b}+\vec{a}+\vec{c}+\vec{d}}{4}=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}}{4}$.

61. $\vec{a}=(a_1,a_2,a_3),\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$ のとき $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3$.

(1) $\vec{a}\cdot\vec{b}=1\cdot 2+2\cdot(-1)+1\cdot(-3)=-3$.　　(2) $\vec{a}\cdot\vec{b}=4\cdot(-1)+(-5)\cdot 0+6\cdot 1=2$.

62. (1) $\vec{a}\cdot\vec{b}=-1\cdot 2+0\cdot 2+(-1)\cdot 1=-3, |\vec{a}|=\sqrt{(-1)^2+0^2+(-1)^2}=\sqrt{2}, |\vec{b}|=\sqrt{2^2+2^2+1^2}=\sqrt{9}=3$.

$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\dfrac{-3}{\sqrt{2}\cdot 3}=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. $\theta=135^\circ=\dfrac{3}{4}\pi$.

(2) $\vec{a}\cdot\vec{b}=1\cdot 2+(-3)\cdot 4+2\cdot 5=0$. よって $\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=0$. $\theta=90^\circ=\dfrac{\pi}{2}$.

63. 求めるベクトルを $\vec{c}=(x,y,z)$ とすると $\vec{a}\cdot\vec{c}=0,\vec{b}\cdot\vec{c}=0$ より $x+3y-2z=0\cdots①, 2x-y+3z=0\cdots②$

$①\times 3+②\times 2$ より $7x+7y=0\Rightarrow y=-x$. $①+②\times 3$ より $7x+7z=0\Rightarrow z=-x$. よって

$\vec{c}=(x,-x,-x)=x(1,-1,-1)$. また $|\vec{c}|=1$ より $|x(1,-1,-1)|=|x|\sqrt{1^2+(-1)^2+(-1)^2}=1$.

よって $|x|=\dfrac{1}{\sqrt{3}}, x=\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. 従って $\vec{c}=\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}(1,-1,-1)$.

64. (1) $\overrightarrow{\mathrm{OG}}=\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}}{3}=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$.

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{AO}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}=-\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}-\vec{a}$.

$\overrightarrow{\mathrm{OG}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}\cdot(\vec{b}-\vec{a})=\dfrac{1}{3}(\vec{a}\cdot\vec{b}-|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2-\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}-\vec{a}\cdot\vec{c})=\dfrac{1}{3}(-|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+\vec{b}\cdot\vec{c}-\vec{a}\cdot\vec{c})$.

正四面体より OA=OB=OC, ∠BOC= ∠AOC= 60°. よって $|\vec{a}|=|\vec{b}|, \vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}$ より $\overrightarrow{\mathrm{OG}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=0$.

よって OG⊥AB.

65. (1) $x=1-2t, y=-2+t, z=-1+3t$ (t は任意の実数) より $\dfrac{x-1}{-2}=y+2=\dfrac{z+1}{3}$.

(2) 方向ベクトル $(1,-2,3)-(-1,1,1)=(2,-3,2)$ より $x=1+2t, y=-2-3t, z=3+2t$ (t は任意の実数).

よって $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z-3}{2}$.

66. 方向ベクトルはそれぞれ $\vec{v_1}=(3,2,-1), \vec{v_2}=(-2,1,3)$. $\cos\theta=\dfrac{\vec{v_1}\cdot\vec{v_2}}{|\vec{v_1}||\vec{v_2}|}=\dfrac{3\cdot(-2)+2\cdot1+(-1)\cdot3}{\sqrt{3^2+2^2+(-1)^2}\sqrt{(-2)^2+1^2+3^2}}$
$=\dfrac{-7}{\sqrt{14}^2}=-\dfrac{1}{2}$. よって $\theta=120^\circ$. $0^\circ\leqq\theta\leqq90^\circ$ より $\theta=180^\circ-120^\circ=60^\circ$.

67. 方向ベクトルはそれぞれ $\vec{n_1}=(3,4,6), \vec{n_2}=(-4,k,5)$. $\vec{n_1}\perp\vec{n_2}$ より $\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}=0$. よって

$3\cdot(-4)+4\cdot k+6\cdot5=4k+18=0$. 従って $k=-\dfrac{18}{4}=-\dfrac{9}{2}$.

68. (1) $-2(x-1)+(y+2)+3(z+1)=0\Rightarrow -2x+y+3z-7=0(\Rightarrow 2x-y-3z+7=0)$.

(2) 法線ベクトルは $(-1,2,-3)$ だから $-(x-1)+2(y+1)-3(z+1)=0\Rightarrow -x+2y-3z=0$.

(3) 求める平面の方程式を $ax+by+cz+d=0$ とおくと $a-b+c+d=0\cdots$①$, 2a+2b-c+d=0\cdots$②,

$3a-2b+4c+d=0\cdots$③. ② − ①, ③ − ② より $a+3b-2c=0\cdots$④, $a-4b+5c=0\cdots$⑤.

④ − ⑤ より $7b-7c=0\Rightarrow b=c\cdots$⑥. ④より $a=c=0\Rightarrow a=-c\cdots$⑦. ①より $-c+d=0\Rightarrow d=c\cdots$⑧.

⑥,⑦,⑧より $-cx+cy+cz+c=0$. $c=-1$ として $x-y-z-1=0$.

69. 法線ベクトルはそれぞれ $\vec{n_1}=(2,3,6), \vec{n_2}=(4,-1,-9)$. $\cos\theta=\dfrac{\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}}{|\vec{n_1}||\vec{n_2}|}=\dfrac{2\cdot4+3\cdot(-1)+6\cdot(-9)}{\sqrt{2^2+3^2+6^2}\sqrt{4^2+(-1)^2+(-9)^2}}$
$=\dfrac{49}{\sqrt{49}\sqrt{98}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. よって $\theta=45^\circ$.

70. 法線ベクトルはそれぞれ $\vec{n_1}=(k-1,-2,1), \vec{n_2}=(-1,3,-k)$. よって $\vec{n_1}\cdot n\vec{-}2=0$ より

$(k-1)\cdot(-1)+(-2)\cdot3+1\cdot(-k)=-2k-5=0\Rightarrow k=-\dfrac{5}{2}$.

71. 平面 $ax+by+cz+d=0$ と点 $\mathrm{A}(x_0,y_0,z_0)$ の距離は $\dfrac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$.

(1) $\dfrac{|-3\cdot(-1)+2\cdot1-(-2)-7|}{\sqrt{(-3)^2+2^2+(-1)^2}}=0$.　　(2) $\dfrac{|-3\cdot1+2\cdot(-2)-(-3)-7|}{\sqrt{(-3)^2+2^2+(-1)^2}}=\dfrac{11}{\sqrt{14}}$.

72. 中心 (x_0,y_0,z_0), 半径 r の球の方程式は $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=r^2$

(1) $(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=7$

(2) 中心が原点より $x^2+y^2+z^2=r^2$. $(1,-2,2)$ を通るから $1^2+(-2)^2+2^2=r^2$. よって $r^2=9$ より $x^2+y^2+z^2=9$.

(3) 中心が $(1,1,-2)$ より $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=r^2$. $(-2,6,2)$ を通るから $(-2-1)^2+(6-1)^2+(2+2)^2=r^2$.

よって $r^2=50$ より $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=50$.

(4) 中心は $(-1,3,-2),(5,-1,0)$ の中点 $\left(\dfrac{-1+5}{2},\dfrac{3-1}{2},\dfrac{-2+0}{2}\right)$, すなわち $(2,1,-1)$.

また直径が $\sqrt{\{5-(-1)\}^2+(-1-3)^2+\{0-(-2)\}^2}=\sqrt{56}=2\sqrt{14}$. よって半径が $\sqrt{14}$.

従って $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=14$.

73. (1) 与式より $x^2-2x+y^2+4y+z^2-4z-3=0\Rightarrow(x-1)^2-1+(y+2)^2-4+(z-2)^2-4-3=0$

$\Rightarrow(x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=12$. よって中心 $(1,-2,2)$, 半径 $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$.

(2) 与式より $x^2-4x+y^2+2y+z^2=0\Rightarrow(x-2)^2-4+(y+1)^2-1+z^2=0$

$\Rightarrow(x-2)^2+(y+1)^2+z^2=5$. よって中心 $(2,-1,0)$, 半径 $\sqrt{5}$.

74. $\overrightarrow{\mathrm{OR}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{BR}}$. $\overrightarrow{\mathrm{BR}}=s\overrightarrow{\mathrm{BG}}$ (s は実数) と表せる. $\overrightarrow{\mathrm{BG}}=\overrightarrow{\mathrm{BO}}+\overrightarrow{\mathrm{OG}}=-\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OG}}$. 問題の条件より
$\overrightarrow{\mathrm{OG}}=\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}}{4}$ だから $\overrightarrow{\mathrm{BG}}=-\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}}{4}=\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}-3\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}}{4}$. よって
$\overrightarrow{\mathrm{OR}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}+s\overrightarrow{\mathrm{BG}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\dfrac{s\overrightarrow{\mathrm{OA}}-3s\overrightarrow{\mathrm{OB}}+s\overrightarrow{\mathrm{OC}}}{4}=\dfrac{s}{4}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\dfrac{4-3s}{4}\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\dfrac{s}{4}\overrightarrow{\mathrm{OC}}\cdots$①.
一方 R は △OAC 上にあるから $\overrightarrow{\mathrm{OR}}=t\overrightarrow{\mathrm{OA}}+u\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ (t,u は実数)$\cdots$② と表せる. $\overrightarrow{\mathrm{OA}},\overrightarrow{\mathrm{OB}},\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ は線型独立だから
①,②より $\dfrac{4-3s}{4}=0$, すなわち $s=\dfrac{4}{3}$. よって①より $\overrightarrow{\mathrm{OR}}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{OC}}$.

p.12. CHECK

75. $2\vec{a}-\vec{b}=2(-1,0,1)-(2,1,3)=(-4,-1,-1)$. $\left|2\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{(-4)^2+(-1)^2+(-1)^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$.

76. $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{AO}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}=-\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}=-(-1,2,1)+(2,1,0)=(3,-1,-1)$. $\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right|=\sqrt{3^2+(-1)^2+(-1)^2}=\sqrt{11}$.

$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\overrightarrow{\mathrm{AO}}+\overrightarrow{\mathrm{OD}}=-\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OD}}=-(-1,2,1)+(1,1,-1)=(2,-1,-2)$. $\left|\overrightarrow{\mathrm{AD}}\right|=\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}=\sqrt{9}=3$.

$\overrightarrow{\mathrm{DC}}=\overrightarrow{\mathrm{DO}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}=-\overrightarrow{\mathrm{OD}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}=-(1,1,-1)+(4,0,-2)=(3,-1,-1)$. $\left|\overrightarrow{\mathrm{DC}}\right|=\sqrt{3^2+(-1)^2+(-1)^2}=\sqrt{11}$.

77. (1) $\left(\dfrac{3\times2+1\times(-1)}{1+3},\dfrac{3\times(-1)+1\times1}{1+3},\dfrac{3\times1+1\times1}{1+3}\right)$, すなわち $\left(\dfrac{5}{4},-\dfrac{1}{2},1\right)$.

(2) $\left(\dfrac{1\times2+2\times(-1)}{2+1},\dfrac{1\times(-1)+2\times1}{2+1},\dfrac{1\times1+2\times1}{2+1}\right)$, すなわち $\left(0,\dfrac{1}{3},1\right)$.

78. (1) $\overrightarrow{\mathrm{EC}}=\overrightarrow{\mathrm{EA}}+\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}$. $\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ だから $\overrightarrow{\mathrm{EC}}=-\overrightarrow{\mathrm{AE}}+\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}}=-\vec{e}+\vec{b}+\vec{d}=\vec{b}+\vec{d}-\vec{e}$.

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AE}}=\vec{e},\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{b}+\vec{d}$ より $\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\dfrac{2\overrightarrow{\mathrm{AE}}+\overrightarrow{\mathrm{AC}}}{1+2}=\dfrac{2\vec{e}+\vec{b}+\vec{d}}{3}=\dfrac{1}{3}(\vec{b}+\vec{d}+2\vec{e})$.

79. 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}=1\times1+1\times2+0\times1=3$.

なす角を θ とすると $|\vec{a}|=\sqrt{1^2+1^2+0^2}=\sqrt{2},|\vec{b}|=\sqrt{1^2+2^2+1^2}=\sqrt{6}$ より

$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\dfrac{3}{\sqrt{2}\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. よって $\theta=30^\circ=\dfrac{\pi}{6}$.

80. 求めるベクトルを $\vec{c}=(x,y,z)$ とすると $\vec{a},\vec{b}$ と直交するから $\vec{a}\cdot\vec{c}=x+y-z=0\cdots①,\vec{b}\cdot\vec{c}=-x+2y+z=0\cdots②$.

$①+②$ より $3y=0,y=0$. ①より $x=z$. よって $\vec{c}=(x,0,x)=x(1,0,1)\cdots①$. $\vec{c}$ は単位ベクトルだから

$|\vec{c}|=|x||(1,0,1)|=|x|\sqrt{1^2+0^2+1^2}=\sqrt{2}|x|=1$. よって $|x|=\dfrac{1}{\sqrt{2}},x=\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. ①より $\vec{c}=\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}(1,0,1)$.

81. (1) $\vec{v}=(2,1,3)$ が方向ベクトルだから $\dfrac{x-(-1)}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-(-1)}{3}$, すなわち $\dfrac{x+1}{2}=y-1=\dfrac{z+1}{3}$.

(2) $\mathrm{A}(1,-1,1)$, $\mathrm{B}(2,2,-1)$ とすると $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{AO}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}=-\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}=-(1,-1,1)+(2,2,-1)=(1,3,-2)$ が方向ベクトルだから $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-(-1)}{3}=\dfrac{z-1}{-1}$, すなわち $x-1=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-1}{-1}$. (A を通る点とした. B でも可.)

82. 2 直線の方向ベクトルはそれぞれ $\vec{v_1}=(2,-1,3),\vec{v_2}=(-2,4,k)$. $\vec{v_1}\perp\vec{v_2}$ より $\vec{v_1}\cdot\vec{v_2}=2\times(-2)+(-1)\times4+3\times k=0$.

よって $3k-8=0$ より $k=\dfrac{8}{3}$.

83. (1) 法線ベクトルが共通で $\vec{n}=(2,-1,3)$. よって $2\{x-(-1)\}-(y-2)+3\{z-(-1)\}=0$, すなわち $2x-y+3z+7=0$.

(2) 求める平面を $ax+by+cz+d=0$ とすると $a-b-6c+d=0\cdots①,2a+b-5c+d=0\cdots②,-4a+b+c+d=0\cdots③$.

$①+②$ より $3a-11c+2d=0\cdots④$. $①+③$ より $-3a-5c+2d=0\cdots⑤$. $④+⑤$ より $-16c+4d=0$.

よって $d=4c\cdots⑥$. ④より $3a-3c=0$. よって $a=c\cdots⑦$. ①⑥⑦より $-b-c=0$. よって $b=-c\cdots⑧$.

⑥⑦⑧より $cx-cy+cz+4c=0$. $c=1$ とおいて $x-y+z+4=0$.

84. 2 平面の法線ベクトルはそれぞれ $\vec{n_1}=(1,1,0),\vec{n_2}=(1,2,-2)$. 2 平面のなす角を θ とすると $\cos\theta=\dfrac{\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}}{|\vec{n_1}||\vec{n_2}|}$

$=\dfrac{1\times1+1\times2+0\times(-2)}{\sqrt{1^2+1^2+0^2}\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=\dfrac{3}{\sqrt{2}\sqrt{9}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. よって $\theta=45^\circ=\dfrac{\pi}{4}$.

85. (1) 中心が $(-1,1,2)$ より $\{x-(-1)\}^2+(y-1)^2+(z-2)^2=r^2$. 点 $(4,2,1)$ を通るから $(4+1)^2+(2-1)^2+(1-2)^2=r^2$.

$r^2=27$. よって $(x+1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=27$.

(2) 中心は 2 点の中点 $\left(\dfrac{-2+2}{2},\dfrac{-1+5}{2},\dfrac{1+3}{2}\right)$, つまり $(0,2,2)$. 直径は $\sqrt{\{2-(-2)\}^2+\{5-(-1)\}^2+(3-1)^2}$

$=\sqrt{56}=2\sqrt{14}$. 半径は $\sqrt{14}$. よって $(x-0)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=\sqrt{14}^2$ より $x^2+(y-2)^2+(z-2)^2=14$.

86. $x^2+2x+y^2-2y+z^2+6z+2=0\Rightarrow(x+1)^2-1+(y-1)^2-1+(z+3)^2-9+2=0\Rightarrow(x+1)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=9$.

よって中心 $(-1,1,-3)$, 半径 3.

87. $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}+\overrightarrow{\mathrm{CQ}}$. $\overrightarrow{\mathrm{CQ}}=s\overrightarrow{\mathrm{CP}}$ (s は実数) と表せる．$\overrightarrow{\mathrm{CP}}=\overrightarrow{\mathrm{CO}}+\overrightarrow{\mathrm{OP}}=-\overrightarrow{\mathrm{OC}}+\overrightarrow{\mathrm{OP}}$. 問題の条件より $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}+2\overrightarrow{\mathrm{OC}}}{6}$ だから $\overrightarrow{\mathrm{CP}}=-\overrightarrow{\mathrm{OC}}+\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}+2\overrightarrow{\mathrm{OC}}}{6}=\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}-4\overrightarrow{\mathrm{OC}}}{6}$．よって

$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}+s\overrightarrow{\mathrm{CP}}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}+\dfrac{s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+s\overrightarrow{\mathrm{OB}}-4s\overrightarrow{\mathrm{OC}}}{6}=\dfrac{s}{6}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\dfrac{s}{6}\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\dfrac{3-2s}{3}\overrightarrow{\mathrm{OC}}\cdots$①.

一方 Q は △OAB 上にあるから $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=t\overrightarrow{\mathrm{OA}}+u\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ (t,u は実数)$\cdots$② と表せる．$\overrightarrow{\mathrm{OA}},\overrightarrow{\mathrm{OB}},\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ は線型独立だから ①,②より $\dfrac{3-2s}{3}=0$, すなわち $s=\dfrac{3}{2}$．よって①より $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\dfrac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$.