大日本図書　新線形代数問題集　1 章§ 2 STEP UP 詳しい解答

p.13. 1 章§ 2. 空間のベクトル　STEP UP

88. (1) $\overrightarrow{\mathrm{AR}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}+\overrightarrow{\mathrm{CR}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}}+\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\vec{b}+\vec{d}+\vec{p}$.

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AG}}=\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}}+\overrightarrow{\mathrm{AP}}}{3}=\dfrac{\vec{b}+\vec{d}+\vec{p}}{3}$. (1) より $\overrightarrow{\mathrm{AG}}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{AR}}$. よって重心 G は対角線 AR を 1 : 2 の比に内分する.

89. (1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{AO}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}=-\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}=-(2,3,4)+(6,2,5)=(4,-1,1)$,

$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\overrightarrow{\mathrm{AO}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}=-\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}=-(2,3,4)+(1,7,3)=(-1,4,-1)$. $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ のなす角を θ とすると

$\cos\theta=\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}}{\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right|\left|\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right|}=\dfrac{4\times(-1)+(-1)\times 4+1\times(-1)}{\sqrt{4^2+(-1)^2+1^2}\sqrt{(-1)^2+4^2+(-1)^2}}=\dfrac{-9}{\sqrt{18}\sqrt{18}}=-\dfrac{1}{2}$. $\theta=120^\circ=\dfrac{2}{3}\pi$.

(2) AB$=\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right|=\sqrt{4^2+(-1)^2+1^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$, AC$=\left|\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right|=\sqrt{(-1)^2+4^2+(-1)^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$. よって

$\triangle$ABC の面積 S は $S=\dfrac{1}{2}\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AC}\,\cos\theta=\dfrac{1}{2}(3\sqrt{2})^2\cos 120^\circ=9\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{9}{2}\sqrt{3}$.

90. (1) 直線 AB の方向ベクトルは $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{AO}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}=-\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}=-(1,-2,-1)+(-2,-5,0)=(-3,-3,1)$. よって

直線 AB の方程式は $\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y-(-2)}{-3}=\dfrac{z-(-1)}{1}$, つまり $\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y+2}{-3}=z+1$. yz 平面は $x=0$ だから

$\dfrac{-1}{-3}=\dfrac{y+2}{-3}=z+1$. $-1=y+2$, $\dfrac{1}{3}=z+1$ より $y=-3, z=-\dfrac{2}{3}$. 交点は $\left(0,-3,-\dfrac{2}{3}\right)$.

(2) 3 点を通る平面の方程式を $ax+by+cz+d=0$ とおくと $a-2b-c+d=0\cdots$①, $-2a-5b+d=0\cdots$②,

$2a+b+d=0\cdots$③. ②+③ より $-4b+2d=0, d=2b\cdots$④. ③より $a=-\dfrac{3}{2}b\cdots$⑤. ①④⑤より $c=-\dfrac{3}{2}b\cdots$⑥.

④⑤⑥より $-\dfrac{3}{2}bx+by-\dfrac{3}{2}bz+2b=0$. $b=-2$ として $3x-2y+3z-4=0$.

x 軸の方程式は $y=z=0$ だから $3x-4=0, x=\dfrac{4}{3}$. よって交点は $\left(\dfrac{4}{3},0,0\right)$.

(3) $\left|\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|=\sqrt{(-2)^2+(-5)^2+0^2}=\sqrt{29}, \left|\overrightarrow{\mathrm{OC}}\right|=\sqrt{2^2+1^2+0^2}=\sqrt{5}$. $\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}=-2\times 2-5\times 1+0\times 0=-9$.

$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ のなす角を θ とすると $\cos\theta=\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}}{\left|\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|\left|\overrightarrow{\mathrm{OC}}\right|}=\dfrac{-9}{\sqrt{29}\sqrt{5}}=-\dfrac{9}{\sqrt{145}}$.

$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\left(-\dfrac{9}{\sqrt{145}}\right)^2=\dfrac{64}{145}$. $0<\theta<\pi$ より $\sin\theta>0$ だから $\sin\theta=\dfrac{8}{\sqrt{145}}$.

$\triangle$OBC の面積 S は $S=\dfrac{1}{2}\left|\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|\left|\overrightarrow{\mathrm{OC}}\right|\sin\theta=\dfrac{1}{2}\sqrt{29}\sqrt{5}\cdot\dfrac{8}{\sqrt{145}}=4$.

(4) O, B, C は xy 平面上にあるから $\triangle$OBC を底面としたとき四面体 OABC の高さ, つまり頂点 A と xy 平面との距離

は A の z 座標より $|-1|=1$ だから. 四面体 OABC の体積 V は $V=\dfrac{1}{3}\cdot 4\cdot 1=\dfrac{4}{3}$.

91. 点 D を通り, $\vec{p}$ に平行な直線の (方向ベクトルの z 成分が 0 だからふつうの (分数式の) 方程式では表せないから) 媒介変数表示は $x=3+t, y=-4-t, z=2$ (t は実数) $\cdots$①. 点 E を中心として半径 6 の球の方程式は

$(x-5)^2+\{y-(-6)\}^2+(z-4)^2=6^2$, つまり $(x-5)^2+(y+6)^2+(z-4)^2=36\cdots$②.

②に①を代入して $(3+t-5)^2+(-4-t+6)^2+(2-4)^2=36$. よって $2t^2-8t-24=2(t-6)(t+2)=0, t=6,-2$.

①より $t=6$ のとき $x=9, y=-10, z=2$, $t=-2$ のとき $x=1, y=-2, z=2$. よって交点は $(9,-10,2), (1,-2,2)$.

92. A$(1,-2,5)$, B$(1,3,4)$ とすると方向ベクトルは $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{AO}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}=-\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}=-(1,-2,5)+(1,3,4)=(0,5,-1)$.

直線 AB の媒介変数表示は $x=1, y=-2+5t, z=5-t$ (t は実数). y, z の式から t を消去して $x=1, \dfrac{y+2}{5}=\dfrac{z-5}{-1}$.

93. (1) $x+2y-z-4=0\cdots$①, $x-y+2z-4\cdots$② とする. ① − ② より $3y-3z=0, y=z$③.

①より $x+z-4=0, z=-x+4$④. ③④より $-x+4=y=z$.

(2) $(x+2y-z-4)+k(x-y+2z-4)=0\cdots$⑤ とおくと, これは平面の方程式で (1) の交線は①②をみたすから

⑤もみたす, つまり⑤の平面は (1) の交線を含む. これが点 $(0,1,0)$ を通ればよいから⑤に代入して

$(2-4)+k(-1-4)=0$. よって $k=-\dfrac{2}{5}$. ⑤より $(x+2y-z-4)-\dfrac{2}{5}(x-y+2z-4)=0$, つまり $x+4y-3z-4=0$.

94. (1) $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2=\left|\vec{a}\right|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+\left|\vec{b}\right|^2$. $\vec{a}\cdot\vec{b}$ は実数だから $\vec{a}\cdot\vec{b}\leqq\left|\vec{a}\cdot\vec{b}\right|$. シュワルツの不等式 (例題) より $\left|\vec{a}\cdot\vec{b}\right|\leqq\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|$.

よって $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2\leqq\left|\vec{a}\right|^2+2\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|+\left|\vec{b}\right|^2=\left(\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|\right)^2$. $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|\geqq 0, \left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|\geqq 0$ より $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|\leqq\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|$.

(2) $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2=\left|\vec{a}\right|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+\left|\vec{b}\right|^2$. (1) と同様にして $\vec{a}\cdot\vec{b}\leqq\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|$. よって $-\vec{a}\cdot\vec{b}\geqq-\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|$.

従って $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2\geqq\left|\vec{a}\right|^2-2\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|+\left|\vec{b}\right|^2=\left(\left|\vec{a}\right|-\left|\vec{b}\right|\right)^2=\left|\left|\vec{a}\right|-\left|\vec{b}\right|\right|^2$. $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|\geqq 0, \left|\left|\vec{a}\right|-\left|\vec{b}\right|\right|\geqq 0$ より

$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|\geqq\left|\left|\vec{a}\right|-\left|\vec{b}\right|\right|$.

95. (1) $\overrightarrow{\mathrm{OG}}=\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}}{3}$.

(2) P は OG 上にあるので $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OG}}=\dfrac{s}{3}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\dfrac{s}{3}\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\dfrac{s}{3}\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ (s は実数)$\cdots$① と表せる.

条件より $\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{OA}}, \overrightarrow{\mathrm{OE}}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{\mathrm{OB}}, \overrightarrow{\mathrm{OF}}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{\mathrm{OC}}$. よって $\overrightarrow{\mathrm{DE}}=\overrightarrow{\mathrm{DO}}+\overrightarrow{\mathrm{OE}}=-\overrightarrow{\mathrm{OD}}+\overrightarrow{\mathrm{OE}}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{OA}}$,

$\overrightarrow{\mathrm{DF}}=\overrightarrow{\mathrm{DO}}+\overrightarrow{\mathrm{OF}}=-\overrightarrow{\mathrm{OD}}+\overrightarrow{\mathrm{OF}}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{\mathrm{OC}}-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{OA}}$.

P は △DEF 上にあるので $\overrightarrow{\mathrm{DP}}=t\overrightarrow{\mathrm{DE}}+u\overrightarrow{\mathrm{DF}}$ (t,u は実数) と表せる．よって

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\overrightarrow{\mathrm{OD}}+\overrightarrow{\mathrm{DP}}=\overrightarrow{\mathrm{OD}}+t\overrightarrow{\mathrm{DE}}+u\overrightarrow{\mathrm{DF}}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\dfrac{2t}{3}\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\dfrac{t}{3}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\dfrac{2u}{3}\overrightarrow{\mathrm{OC}}-\dfrac{u}{3}\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ より

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\dfrac{1-t-u}{3}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\dfrac{2t}{3}\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\dfrac{2u}{3}\overrightarrow{\mathrm{OC}}\cdots$②.

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}, \overrightarrow{\mathrm{OB}}, \overrightarrow{\mathrm{OC}}$ は線形独立だから①②より $s=1-t-u\cdots$③, $s=2t\cdots$④, $s=2u\cdots$⑤.

③ $\times 2+$ ④ $+$ ⑤ より $4s=2, s=\dfrac{1}{2}$. ①より $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{OG}}$. よって OP:PG$=1:1$.

p.16. PLUS

96. $\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}\right|^2-4\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}}+2\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right|^2=(\overrightarrow{\mathrm{OP}}-2\overrightarrow{\mathrm{OA}})(\overrightarrow{\mathrm{OP}}-2\overrightarrow{\mathrm{OA}})-4\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right|^2+2\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right|^2=\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}-2\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right|^2-2\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right|^2=0$.

(ベクトルの式ですがふつうの式の $x^2-4ax+2a^2=(x-2a)^2-4a^2+2a^2=(x-2a)^2-2a^2$ のような変形.

ベクトルでは (内積での)2 乗が $\vec{v}\cdot\vec{v}=\left|\vec{v}\right|^2$ となる．)

よって $\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}-2\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right|^2=2\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right|^2$. 従って点 P は中心の位置ベクトルが $2\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, 半径が $\sqrt{2}\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right|$ の円を描く.

$2\overrightarrow{\mathrm{OA}}=2(3,1)=(6,2)$, $\sqrt{2}\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right|=\sqrt{2}\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ より中心は $(6,2)$, 半径は $2\sqrt{5}$.

97. $\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\overrightarrow{\mathrm{AO}}+\overrightarrow{\mathrm{OP}}=-\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ だから $\left|\overrightarrow{\mathrm{AP}}\right|^2=\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right|^2=\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}\right|^2-2\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right|^2$. 同様に

$\left|\overrightarrow{\mathrm{BP}}\right|^2=\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}\right|^2-2\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\left|\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|^2$. よって $\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}\right|^2-2\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right|^2+\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}\right|^2-2\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\left|\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|^2=\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right|^2+\left|\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|^2$.

$2\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}\right|^2-2\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot(\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}})=0$, つまり $\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}\right|^2-\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot(\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}})=0$. よって $\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}-\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{2}\right|^2-\left|\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{2}\right|^2=0$.

従って $\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}-\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{2}\right|^2=\left|\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{2}\right|^2$. よって点 P は中心の位置ベクトルが $\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{2}$, 半径が $\left|\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{2}\right|$.

の円を描く．中心は AB の中点, 半径は $\left|\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{2}\right|$.

98. $x^2+y^2+z^2-8x+4y-6z+13=x^2-8x+y^2+4y+z^2-6z+13=(x-4)^2-16+(y+2)^2-4+(z-3)^2-9+13=0$

より $(x-4)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$. よって球の中心は $\mathrm{C}(4,-2,3)$, 半径は 4.

点と平面の距離の公式 (問題集 p.9 平面の方程式, 教科書 p. 40) より C と平面の距離は $\dfrac{|4-2\times(-2)-3-3|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-1)^2}}=\dfrac{2}{\sqrt{6}}$.

$\dfrac{2}{\sqrt{6}}<4$ より交わる.

99. (1) $x^2+y^2+z^2-2x-2y=x^2-2x+y^2-2y+z^2=(x-1)^2-1+(y-1)^2-1+z^2=11$ より $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=13$.

よって $\mathrm{C}(1,1,0)$, 半径は $\sqrt{13}$. 平面の法線ベクトル $\vec{n}=(2,1,2)$ は平面と垂直だから求める直線の方向ベクトル.

よって求める直線の方程式は $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{2}$, すなわち $\dfrac{x-1}{2}=y-1=\dfrac{z}{2}$.

(2) (1) の直線の媒介変数表示は $x=1+2t, y=1+t, z=2t \cdots$①. 平面の方程式に代入して $2(1+2t)+(1+t)+2\cdot 2t=12$.

よって $9t=9, t=1$. ①より $x=3, y=2, z=2$. よって交点 $\mathrm{H}(3,2,2)$.

(3) 問題集 p. 17 球面と平面の関係より $r=\sqrt{a^2-\mathrm{CH}^2}$. (1) より球の半径は $\sqrt{13}=a$.

CH$=\left|\overrightarrow{\mathrm{CH}}\right|$. $\overrightarrow{\mathrm{CH}}=\overrightarrow{\mathrm{CO}}+\overrightarrow{\mathrm{OH}}=-\overrightarrow{\mathrm{OC}}+\overrightarrow{\mathrm{OH}}=-(1,1,0)+(3,2,2)=(2,1,2)$ だから

CH$=|(2,1,2)|=\sqrt{2^2+1^2+2^2}=\sqrt{9}=3$. よって $r=\sqrt{\sqrt{13}^2-3^2}=\sqrt{4}=2$.

100. (1) $\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\overrightarrow{\mathrm{AO}}+\overrightarrow{\mathrm{OP}}=-\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\vec{p}-\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\overrightarrow{\mathrm{AO}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}=-\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}-\vec{a}$.

$\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ は直交するから $\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=0$. よって $(\vec{p}-\vec{a})\cdot(\vec{c}-\vec{a})=0$.

(2) $\vec{p}-\vec{a}=(x,y,z)-(a_1,a_2,a_3)=(x-a_1,y-a_2,z-a_3), \vec{c}-\vec{a}=(c_1,c_2,c_3)-(a_1,a_2,a_3)=(c_1-a_1,c_2-a_2,c_3-a_3)$.

(1) より $(x-a_1,y-a_2,z-a_3)\cdot(c_1-a_1,c_2-a_2,c_3-a_3)=0$. よって

$(x-a_1)(c_1-a_1)+(y-a_2)(c_2-a_2)+(z-a_3)(c_3-a_3)=0$.

101. (1) $l\vec{a}+m\vec{b}+n\vec{c}=\vec{0}$ とおくと $l+3m+4n=0\cdots$①$, 2l+5m+n=0\cdots$②$, -l+2m-3n=0\cdots$③.

① + ③, ② + ③ $\times 2$ より $5m+n=0\cdots$④$, 9m-5n=0\cdots$⑤. ④ $\times 5+$ ⑤ より $34m=0$. よって $m=0$.

④より $n=0$. ①に $m=0, n=0$ を代入して $l=0$. 従って $l=m=n=0$. よって $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ は線形独立である.

(2) $l\vec{a}+m\vec{b}+n\vec{c}=\vec{0}$ とおくと $2l+m+3n=0\cdots$①$, 2l+3m-5n=0\cdots$②$, -4l-3m-2n=0\cdots$③.

② − ①, ① $\times 2+$ ③ より $2m-8n=0, -m+4n=0$. よって $m=4n\cdots$④. ①②③にこれを代入すると

$2l+7n=0, 2l+7n=0, -4l-14n=0$. よって $l=-\dfrac{7}{2}n\cdots$⑤.

$n=2k$ とおくと④⑤より $l=-7k, m=8k$ (k は実数). これらは①②③もみたすから

$l=m=n=0$ 以外に解をもつ. よって $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ は線形従属である.

102. (1) それぞれの媒介変数表示は $x=1+s, y=4-s, z=-6+3s\cdots$① と $x=7+3t, y=-1-2t, z=2-t\cdots$②.

交点 $\mathrm{P}(x,y,z)$ が存在すれば $1+s=7+3t, 4-s=-1-2t, -6+3s=2-t$. よって $s-3t=6\cdots$③,

$s-2t=5\cdots$④$, 3s+t=8\cdots$⑤.

④ − ③ より $t=-1$. ③④⑤にそれぞれ代入して $s=3, s=3, s=3$. $s=3, t=-1$ は解である.

よって 2 直線の交点が存在する. 交点の座標は①より $(4,1,3)$.

(2) それぞれの媒介変数表示は $x=1+2s, y=2-s, z=-4+s\cdots$① と $x=3+4t, y=5+2t, z=2+t\cdots$②.

交点 $\mathrm{P}(x,y,z)$ が存在すれば $1+2s=3+4t, 2-s=5+2t, -4+s=2+t$. よって $s-2t=1\cdots$③,

$s+2t=-3\cdots$④$, s-t=6\cdots$⑤.

③ + ④ より $2s=-2, s=-1$. ③④⑤にそれぞれ代入して $t=-1, t=-1, t=-7$. よって解は存在しない.

よって 2 直線の交点は存在しない.