

平成23年度国立高等専門学校学習到達度試験

数 学 (90分)

(注意事項)

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
(注意事項が裏表紙に続いていますので、問題冊子を開かずに裏返して、読んでください。)
- 2 この試験における各個人の識別は、学校・学科番号と個人番号で行います。試験実施にあたり在籍校から示された学校・学科番号と個人番号を次の欄に記入し、忘れないようにしてください。

学校・学科番号	個人番号

↑ ↑
学校から示された学校・学科番号と個人番号を記入してください。

- 3 試験時間は90分です。
(ただし、9領域以上選択とする学校では、110分まで延長が認められます。
この場合は、学校の指示に従ってください。)
試験中は退室を認めません。試験中の発病又はトイレ等やむを得ない場合には、手を挙げて監督者の指示に従ってください。
- 4 出題学習領域は次のとおりです。
各出題学習領域のうち、在籍校から、解答する必要のない旨の指示があった学習領域については解答する必要はありません。なお、解答する必要のない学習領域について解答した場合には採点を行い、その結果を通知します。
また、解答すべき学習領域が分からない場合は手を挙げて監督者に申し出てください。

学習領域	配点	問題冊子	解答用紙
§1 数と式の計算	50	2頁～3頁	第1面
§2 方程式・不等式	50	4頁～5頁	
§3 関数とグラフ	50	6頁～7頁	
§4 場合の数と数列	50	8頁～9頁	
§5 平面ベクトルの性質	50	10頁～11頁	
§6 微分・積分の計算	50	12頁～13頁	第2面
§7 微分・積分の応用	50	14頁～15頁	
§8 空間ベクトル, 行列の計算	50	16頁～17頁	
§9 行列の固有値と行列式	50	18頁～19頁	
§10 2変数関数の微分・積分	50	20頁～21頁	

(裏表紙に続く)

§ 1 数と式の計算

1 次の各問いの各 \square に当てはまる数を、それぞれ解答欄にマークせよ。ただし、 i は虚数単位を表す。

(1) $x^2 + 2x - 24$ を因数分解すると $(x + \square{\text{ア}})(x - \square{\text{イ}})$ である。(5点)

(2) $\frac{1 - \sqrt{2}i}{1 + \sqrt{2}i} + \frac{1 + \sqrt{2}i}{1 - \sqrt{2}i} = -\frac{\square{\text{ア}}}{\square{\text{イ}}}$ (既約分数) (5点)

(3) $-1 \leq a \leq 2$, $-4 \leq b \leq 2$ のとき、 $-\square{\text{ア}} \leq 3a + \frac{1}{2}b \leq \square{\text{イ}}$ となる。(5 × 2 = 10点)

2 次の ①～⑧ の式のうちから正しいものを二つ選び、その番号をそれぞれ解答欄にマークせよ (順不同)。ただし、 a, b は任意の正の数とする。(5 × 2 = 10点)

① $\sqrt{-2}\sqrt{-3} = -\sqrt{6}$

② $\sqrt{-3}\sqrt{-5} = \sqrt{15}$

③ $\sqrt{16} = \pm 4$

④ $\sqrt{a^2 + b} = a + \sqrt{b}$

⑤ $\frac{4}{a + 2b} = \frac{2}{a + b}$

⑥ $-\frac{a - b}{5} = \frac{-a - b}{5}$

⑦ $\frac{8a + 2}{4b} = \frac{2a}{b} + \frac{1}{2b}$

⑧ $\frac{a + 1}{b + 2} = \frac{a}{b} + \frac{1}{2}$

- 3 整式 $P(x) = x^3 - x^2 - 5x + b$ は $x + 2$ で割り切れ、商は $x^2 - ax + 1$ となった。このとき $a = \boxed{\text{ア}}$, $b = \boxed{\text{イ}}$ である。 $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ に当てはまる数を、それぞれ解答欄にマークせよ。(5 × 2 = 10 点)

- 4 自然数 k, l が、 $\frac{1}{k + \frac{1}{l + \frac{1}{7}}} = \frac{22}{51}$ を満たすとき、 $k = \boxed{\text{ア}}$, $l = \boxed{\text{イ}}$ である。 $\boxed{\text{ア}}$,

$\boxed{\text{イ}}$ に当てはまる数を、それぞれ解答欄にマークせよ。(5 × 2 = 10 点)

§ 2 方程式・不等式

1 次の各問いに答えよ。(5 × 2 = 10 点)

(1) 2次方程式 $3x^2 - 4x - 1 = 0$ の解は $x = \frac{\boxed{\text{ア}} \pm \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{3}$ である。 $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ に当てはまる数を, それぞれ解答欄にマークせよ。

(2) 連立不等式 $\begin{cases} x^2 < 4 \\ x < 1 \end{cases}$ の解は \square である。 \square に当てはまるものを, 次の ①~⑥のうちから一つ選び, その番号を解答欄にマークせよ。

- | | | |
|------------|----------------|----------------|
| ① $x < 1$ | ② $x < 2$ | ③ $1 < x < 2$ |
| ④ $-2 < x$ | ⑤ $-2 < x < 1$ | ⑥ $-2 < x < 2$ |

2 次の各問いに答えよ。

(1) $0 \leq x < 2\pi$ において, 方程式 $2 \cos x + 1 = 0$ の解は $x = \square$ である。 \square に当てはまるものを, 次の ①~⑥のうちから一つ選び, その番号を解答欄にマークせよ。(5 点)

- | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
| ① $\frac{1}{3}\pi, \frac{2}{3}\pi$ | ② $\frac{1}{6}\pi, \frac{5}{6}\pi$ | ③ $\frac{5}{6}\pi, \frac{7}{6}\pi$ |
| ④ $\frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi$ | ⑤ $\frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi$ | ⑥ $\frac{7}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi$ |

(2) 方程式 $\frac{x^2 + x}{x + 3} = -1 + \frac{6}{x + 3}$ の解を, 次の ①~⑧のうちから一つ選び, その番号を解答欄にマークせよ。(5 点)

- | | | |
|------------------------------------|--------------------------|---------------------|
| ① $x = -3$ | ② $x = 1, -3$ | ③ $x = \frac{3}{2}$ |
| ④ $x = \frac{1}{2}$ | ⑤ $x = 1$ | ⑥ $x = -1$ |
| ⑦ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$ | ⑧ $x = -1 \pm \sqrt{10}$ | |

(3) 連立方程式 $\begin{cases} x^2 + 3y = 25 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$ の x の解は $x = -\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}}$ である。 $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ に当てはまる数を, それぞれ解答欄にマークせよ。(5 × 2 = 10 点)

3 次の各問いに答えよ。(5 × 2 = 10 点)

(1) 2次方程式 $2x^2 - 3x + 5 = 0$ の2つの解 α, β の和と積の正しい組み合わせを、次の①～⑧のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。

- | | |
|---|--|
| ① $\alpha + \beta = -\frac{3}{2}, \alpha\beta = \frac{5}{2}$ | ② $\alpha + \beta = \frac{3}{2}, \alpha\beta = -\frac{5}{2}$ |
| ③ $\alpha + \beta = -\frac{3}{2}, \alpha\beta = -\frac{5}{2}$ | ④ $\alpha + \beta = \frac{3}{2}, \alpha\beta = \frac{5}{2}$ |
| ⑤ $\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = 5$ | ⑥ $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -5$ |
| ⑦ $\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -5$ | ⑧ $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 5$ |

(2) 2次不等式 $(2x - 3)(x + 3) > 0$ の解として正しいものを、次の①～⑥のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。

- | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| ① $x > -3, x > \frac{3}{2}$ | ② $x < -3, x > \frac{3}{2}$ | ③ $x < -3$ |
| ④ $x > \frac{3}{2}$ | ⑤ $-3 < x < \frac{3}{2}$ | ⑥ $x < -3, x < \frac{3}{2}$ |

4 2次方程式 $(x - 1)^2 + k^2 = 1$ が実数解を持たないための定数 k の値の範囲はどれか。次の①～⑤のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。(10 点)

- | | |
|-------------------|-------------------------|
| ① $k < -1, k > 1$ | ② $k \leq -1, k \geq 1$ |
| ③ $-1 < k < 1$ | ④ $-1 \leq k \leq 1$ |
| ⑤ これ以外の範囲 | |

§ 3 関数とグラフ

1 次の各問いに答えよ。

- (1) 2次関数 $y = x^2 + x$ のグラフを y 軸について対称移動したグラフを表す方程式として正しいものを、次の ①～④ のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。(5点)

① $y = x^2 - x$

② $y = x^2 + x$

③ $y = -x^2 - x$

④ $y = -x^2 + x$

- (2) 関数 $y = x^2 - 2x + 4$ の定義域が $0 \leq x \leq 3$ であるとき、 y の最大値は $\square{\text{ア}}$ であり、 y の最小値は $\square{\text{イ}}$ である。 $\square{\text{ア}}$ 、 $\square{\text{イ}}$ に当てはまる数を、それぞれ解答欄にマークせよ。(5 × 2 = 10点)

- (3) 関数 $y = \frac{x+1}{x-2}$ のグラフにおいて、漸近線の方程式は $x = \square{\text{ア}}$ 、 $y = \square{\text{イ}}$ である。 $\square{\text{ア}}$ 、 $\square{\text{イ}}$ に当てはまる数を、それぞれ解答欄にマークせよ。(5 × 2 = 10点)

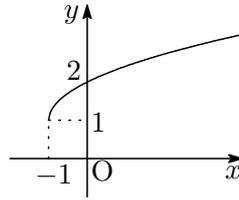
2 次の各問いに答えよ。(5 × 2 = 10点)

- (1) $y = 3^x$ のグラフと直線 $y = 2$ のグラフとの交点の x 座標は $x = \log_{\square{\text{ア}}}\square{\text{イ}}$ である。 $\square{\text{ア}}$ 、 $\square{\text{イ}}$ に当てはまる数を、それぞれ解答欄にマークせよ。

- (2) $\log_x 8 = \frac{3}{4}$ のとき、 $x = \square{\text{ア}}\square{\text{イ}}$ である。 $\square{\text{ア}}$ 、 $\square{\text{イ}}$ に当てはまる数を、それぞれ解答欄にマークせよ。

3 次の各問いに答えよ。(5 × 2 = 10 点)

(1) 次の関数のグラフを表す式として適切なものを、次の ①～④ のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。



- | | |
|------------------------|------------------------|
| ① $y = \sqrt{x-1} + 1$ | ② $y = \sqrt{x+1} + 1$ |
| ③ $y = \sqrt{1-x} + 1$ | ④ $y = \sqrt{x+1} + 2$ |

(2) 関数 $y = 2^{-x} + 3$ において、定義域を $x \geq 0$ とするとき、この関数の値域を、次の ①～⑨ のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。

- | | | |
|---------------------|------------------|------------------|
| ① $1 \leq y \leq 4$ | ② $1 \leq y < 4$ | ③ $1 < y \leq 4$ |
| ④ $2 \leq y \leq 4$ | ⑤ $2 \leq y < 4$ | ⑥ $2 < y \leq 4$ |
| ⑦ $3 \leq y \leq 4$ | ⑧ $3 \leq y < 4$ | ⑨ $3 < y \leq 4$ |

4 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ とする。 $\sin^2 \theta - \cos^2 \theta = \frac{1}{2}$ のとき、 $\cos \theta = \square$ である。 \square に当てはまるものを、次の ①～⑧ のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。(5 点)

- | | | | | |
|------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|-----------------|
| ① $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | ② $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ | ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | ④ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | ⑤ $\frac{1}{2}$ |
| ⑥ $-\frac{1}{2}$ | ⑦ $\pm \frac{1}{2}$ | ⑧ $\frac{1}{4}$ | | |

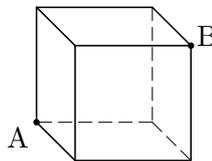
§ 4 場合の数と数列

1 次の各問いに答えよ。

- (1) A,B,C,D,E,F,G の 7 人の中から、3 人を選ぶ。その 3 人の中に A が含まれる場合の数は 通りある。 に当てはまるものを、次の ①～⑧ のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。(5 点)

① ${}_7C_3$	② ${}_6C_3$	③ ${}_7C_2$	④ ${}_6C_2$
⑤ ${}_7P_3$	⑥ ${}_6P_3$	⑦ ${}_7P_2$	⑧ ${}_6P_2$

- (2) 図のように、立方体の 1 つの頂点 A から出発し、立方体の辺だけを通って反対側の頂点 B へ到達する最短の経路の数は全部で 通りある。 に当てはまる数を解答欄にマークせよ。(10 点)



2 1 から 15 までの整数から 3 つの数を選ぶとき、それらの積が偶数になる場合の数を求めたい。次の 2 つの方法で考えることができる。 ア～ オ に当てはまるものを、次の ①～⑤ の式のうちから一つずつ選び、その番号を、それぞれ解答欄にマークせよ。(5 × 2 = 10 点)

- (1) 3 つの数を選ぶすべての場合から、積が奇数になる場合を除くと、3 つの数の積が偶数となる場合になるので、求める場合の数は全部で ア - イ 通りである。
- (2) 3 つの数を選ぶとき、積が偶数になるのは以下の 3 つの場合である。
- (i) 1 つが偶数で他の 2 つが奇数の場合。
 - (ii) 2 つが偶数で他の 1 つが奇数の場合。
 - (iii) 3 つとも偶数の場合。

従って、3 つの数の積が偶数となる場合の数は全部で ウ + エ + オ 通りである(順不同)。

① ${}_7C_1 \times {}_8C_2$	② ${}_7C_2 \times {}_8C_1$
③ ${}_7C_3$	④ ${}_8C_3$
⑤ ${}_{15}C_3$	

3 次の各問いに答えよ。(5 × 2 = 10 点)

- (1) 初項が 2 で公差が 3 である等差数列の第 2012 項として正しいものを、次の ①～⑧のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。

- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| ① 6031 | ② 6032 | ③ 6033 | ④ 6034 |
| ⑤ 6035 | ⑥ 6038 | ⑦ 4025 | ⑧ 4027 |

- (2) 初項が 4, 第 4 項が 32 の等比数列の公比は である。 に当てはまる数を解答欄にマークせよ。

4 次の各問いに答えよ。

- (1) $a \neq 1$ とするとき、数列の和

$$\sum_{k=1}^{10} a^{4+k} = a^5 + a^6 + a^7 + \cdots + a^{14}$$

として正しいものを、次の ①～⑤のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。(5 点)

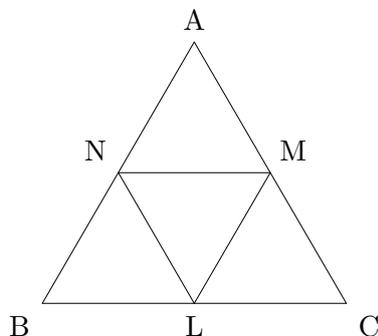
- | | | |
|-------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|
| ① $\frac{a^5}{1-a}$ | ② $\frac{a^5(1-a^9)}{1-a}$ | ③ $\frac{a^5(1-a^{10})}{1-a}$ |
| ④ $\frac{a^5(1-a^{14})}{1-a}$ | ⑤ $\frac{10(a^5 + a^{14})}{2}$ | |

- (2) $\sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2}n(n+1)$ であることを利用すると、 $\sum_{k=n}^{2n} k$ はどのような式で表されるか。次の ①～⑤の中から一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。ただし、 k, n は自然数である。(10 点)

- | | | |
|------------------------|------------------------|-------------|
| ① $\frac{1}{2}n(3n+1)$ | ② $\frac{1}{2}n(3n+2)$ | ③ $n(2n+1)$ |
| ④ $\frac{3}{2}n(n+1)$ | ⑤ $\frac{3}{2}n(n-1)$ | |

§ 5 平面ベクトルの性質

- 1 次の図のように正三角形 ABC において 辺 BC, CA, AB の中点を, それぞれ L, M, N とする。このとき, 次の各 に当てはまるベクトルを, 次の ①~⑥ のうちから一つずつ選び, その番号を解答欄にマークせよ。(5 × 3 = 15 点)



(1) $\vec{NB} + \vec{BL} = \square$

(2) $\vec{AN} - \vec{AM} = \square$

(3) $|\vec{AM} + \vec{AN}| = |\square|$

① \vec{AN}

② \vec{NM}

③ \vec{MN}

④ \vec{AM}

⑤ \vec{BC}

⑥ \vec{BM}

- 2 $\vec{a} = (-1, 2)$, $\vec{b} = (1, 3)$ とするとき, \vec{a} の大きさは $|\vec{a}| = \sqrt{\square}$, 内積は $\vec{a} \cdot \vec{b} = \square$ である。, に当てはまる数を, それぞれ解答欄にマークせよ。(5 × 2 = 10 点)

3 平面上の3点を $A(2, -1)$, $B(4, 2)$, $C(5, x)$ とするとき、次の各 に当てはまる数を、それぞれ解答欄にマークせよ。(5 × 3 = 15 点)

(1) A, B, C が一直線上にあるとき、 $x = \frac{\text{}}{2}$ である。

(2) \vec{AB} と \vec{BC} が垂直であるとき、 $x = \frac{\text{}}{3}$ である。

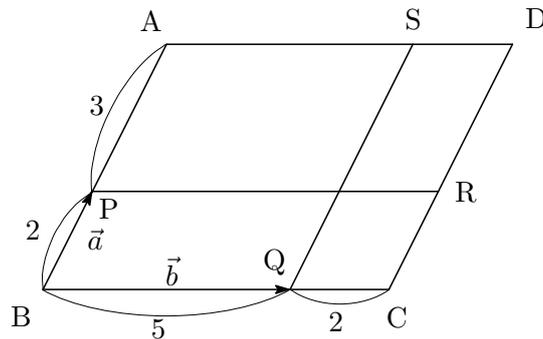
(3) $|\vec{BC}| = 1$ であるとき、 $x = \text{}$ である。

4 平行四辺形 $ABCD$ において、辺 AB を $3:2$ に内分する点を P 、辺 BC を $5:2$ に内分する点を Q とする。次に、辺 CD 上に点 R 、辺 DA 上に点 S を、それぞれ $PR \parallel BC$, $SQ \parallel AB$ となるようにとる。

$\vec{BP} = \vec{a}$, $\vec{BQ} = \vec{b}$ とするとき、 および , に当てはまるものを、次の ①～⑨のうちから一つずつ選び、その番号をそれぞれ解答欄にマークせよ。(5 × 2 = 10 点)

(1) $\vec{PS} = \text{} \vec{a} + \vec{b}$

(2) $\vec{QR} = \text{} \vec{a} + \text{} \vec{b}$



- | | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| ① 1 | ② $\frac{3}{2}$ | ③ $\frac{5}{2}$ | ④ $\frac{2}{5}$ | ⑤ $\frac{3}{5}$ |
| ⑥ $\frac{7}{5}$ | ⑦ $\frac{2}{7}$ | ⑧ $\frac{3}{7}$ | ⑨ $\frac{5}{7}$ | |

§ 6 微分・積分の計算

1 次の各問いに答えよ。(5 × 2 = 10 点)

- (1) 関数 $y = (2x - 1)^7$ の $x = 1$ における微分係数は である。 に当てはまるものを、次の ①～⑧ のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。

- | | | | |
|------|-----------------|------------------|------|
| ① 21 | ② $\frac{7}{2}$ | ③ $\frac{1}{16}$ | ④ 7 |
| ⑤ 6 | ⑥ 8 | ⑦ 14 | ⑧ 12 |

- (2) 関数 $y = \cos 2x$ の導関数は、 $y' =$ である。 に当てはまるものを、次の ①～⑥ のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。

- | | | | |
|----------------|---------------|-------------------------|---------------|
| ① $\sin 2x$ | ② $-\sin 2x$ | ③ $\frac{1}{2} \sin 2x$ | ④ $2 \sin 2x$ |
| ⑤ $-2 \sin 2x$ | ⑥ $2 \cos 2x$ | | |

2 次の各問いに答えよ。(5 × 2 = 10 点)

- (1) 曲線 $y = xe^{-2x}$ の $x = 0$ に対応する点における接線の傾きは である。 に当てはまるものを、次の ①～⑤ のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。

- | | | | | |
|------|------|-----|-----|-----|
| ① -2 | ② -1 | ③ 0 | ④ 1 | ⑤ 2 |
|------|------|-----|-----|-----|

- (2) 関数 $y = \frac{\log x}{x}$ の導関数は、 $y' =$ である。 に当てはまるものを、次の ①～⑥ のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。

- | | | |
|--------------------------|----------------------------|----------------------------|
| ① $\frac{1}{x}$ | ② $\frac{1 - \log x}{x^2}$ | ③ $\frac{1 + \log x}{x^2}$ |
| ④ $\frac{1 - \log x}{x}$ | ⑤ $\frac{1 + \log x}{x}$ | ⑥ $\frac{1}{x^2}$ |

3 次の各問いに答えよ。

(1) 関数 $y = (2x + 1)^3$ の不定積分は $\int (2x + 1)^3 dx = \frac{(2x + 1)^{\boxed{ア}}}{\boxed{イ}} + C$ である。

$\boxed{ア}$, $\boxed{イ}$ に当てはまる数を, それぞれ解答欄にマークせよ。ただし, C は積分定数である。(5 × 2 = 10 点)

(2) 関数 $y = x \cos x$ の不定積分は $\int x \cos x dx = \square$ である。 \square に当てはまる式を, 次の ①~⑥ のうちから一つ選び, その番号を解答欄にマークせよ。ただし, C は積分定数である。(5 点)

① $x \sin x + \cos x + C$

② $x \sin x - \cos x + C$

③ $-x \sin x + \cos x + C$

④ $x \cos x + \sin x + C$

⑤ $x \cos x - \sin x + C$

⑥ $-x \cos x + \sin x + C$

4 次の各問いに答えよ。

(1) 定積分 $\int_0^1 x e^x dx = \square$ である。 \square に当てはまるものを, 次の ①~⑥ のうちから一つ選び, その番号を解答欄にマークせよ。(10 点)

① 0

② $2e - 1$

③ $\frac{1}{2}e$

④ 1

⑤ $-e - 1$

⑥ $1 - e$

(2) 定積分 $\int_1^e \frac{(1 + \log x)^2}{x} dx$ の値を $1 + \log x = t$ と置いて求めると $\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ (既約分数) である。 $\boxed{ア}$, $\boxed{イ}$ に当てはまる数を, それぞれ解答欄にマークせよ。(5 点)

§ 7 微分・積分の応用

1 次の各問いに答えよ。

(1) 極限值 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \log(1+x)}{x^2} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ (既約分数) である。 $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ にあてはまる数を, それぞれ解答欄にマークせよ。(5点)

(2) 関数 $f(x) = x^4 - x^3$ は $x = \boxed{\text{ア}}$ のとき極小になり, $\boxed{\text{イ}} < x < \boxed{\text{ウ}}$ のとき上に凸である。 $\boxed{\text{ア}}$ および $\boxed{\text{イ}}$, $\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまるものを, 次の①~⑦のうちから一つずつ選び, その番号をそれぞれ解答欄にマークせよ。(5 × 2 = 10点)

- | | | | |
|-----------------|------------------|-----------------|------------------|
| ① 1 | ② -1 | ③ $\frac{1}{2}$ | ④ $-\frac{1}{2}$ |
| ⑤ $\frac{3}{4}$ | ⑥ $-\frac{3}{4}$ | ⑦ 0 | |

2 次の各問いに答えよ。(5 × 2 = 10点)

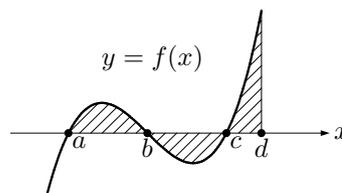
(1) 曲線 $y = \log(x+1)$ の $x = 0$ に対応する点における接線の方程式を, 次の①~⑧のうちから一つ選び, その番号を解答欄にマークせよ。

- | | | | |
|----------------|-----------------|----------------------|--------------------------|
| ① $y = 2x + 1$ | ② $y = -2x + 1$ | ③ $y = x + 1$ | ④ $y = -x + 1$ |
| ⑤ $y = x$ | ⑥ $y = -x$ | ⑦ $y = \frac{1}{2}x$ | ⑧ $y = \frac{1}{2}x + 1$ |

(2) x 軸上を動く点 P がある。点 P が動き出して t 秒後の速度 v は $2t^2$ である。このとき, $t = 4$ における点 P の加速度 α は $\boxed{\text{ア}}\boxed{\text{イ}}$ である。 $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ に当てはまる数を, それぞれ解答欄にマークせよ。

3 次の各問いに答えよ。

- (1) 関数 $y = f(x)$ のグラフを右図とすると、斜線部分の面積の和を表す式は と である。, に当てはまるものを、次の ①～⑤ から二つ選び、その番号をそれぞれ解答欄にマークせよ (順不同)。



(5 × 2 = 10 点)

- | | | |
|--|------------------------|-------------------------------------|
| ① $\int_a^d f(x) dx$ | ② $\int_a^d f(x) dx$ | ③ $\left \int_a^d f(x) dx \right $ |
| ④ $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx + \int_c^d f(x) dx$ | | |
| ⑤ $\int_a^b f(x) dx - \int_b^c f(x) dx + \int_c^d f(x) dx$ | | |

- (2) 関数 $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) のグラフと x 軸との間で囲まれた図形の面積は である。解答欄にあてはまる数をマークせよ。(5 点)

4 次の各問いに答えよ。(5 × 2 = 10 点)

- (1) 曲線 $y = \sqrt{x}$, x 軸, および直線 $x = 1$ とで囲まれる領域を x 軸のまわりに回転させてできる回転体の体積は である。 に当てはまるものを、次の ①～⑥のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。

- | | | |
|---------|-------------------|--------------------|
| ① 1 | ② $\frac{1}{2}$ | ③ $\frac{2}{3}$ |
| ④ π | ⑤ $\frac{\pi}{2}$ | ⑥ $\frac{3}{2}\pi$ |

- (2) 関数 $f(x) = \frac{1}{1+x}$ の区間 $[0, 1]$ における定積分 $\int_0^1 \frac{1}{1+x} dx$ の値を表す式は である。 に当てはまるものを、次の ①～⑤の中から一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。

- | | | |
|--|--|--|
| ① $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{1+k}$ | ② $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{1+n}$ | ③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}$ |
| ④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{n}{n+k}$ | ⑤ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n+k}$ | |

§ 8 空間ベクトル, 行列の計算

1 次の各問いに答えよ。

(1) 点 $A(1, 2, -1)$ と, ベクトル $\vec{v} = (2, -1, 3)$ に対して,

点 A を通り, \vec{v} を方向ベクトルとする直線の方程式は \square である。

また, 点 A を通り, \vec{v} を法線ベクトルとする平面の方程式は \square である。

\square , \square に当てはまるものを, 次の ①~⑧ のうちから一つずつ選び, その番号を, それぞれ解答欄にマークせよ。(5 × 2 = 10 点)

① $2(x-1) - (y-2) + 3(z+1) = 0$ ② $(x-2) + 2(y+1) - (z-3) = 0$
 ③ $2(x+1) - (y+2) + 3(z-1) = 0$ ④ $(x+2) + 2(y-1) - (z+3) = 0$
 ⑤ $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{3}$ ⑥ $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-1}$
 ⑦ $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{3}$ ⑧ $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{-1}$

(2) 原点 $O(0, 0, 0)$ と点 $P(a, b, c)$ を直径の両端とする球面の方程式を, 次の ①~④のうちから一つ選び, その番号を解答欄にマークせよ。(10 点)

① $x^2 + y^2 + z^2 = a^2 + b^2 + c^2$
 ② $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2$
 ③ $\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{b}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{c}{2}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}$
 ④ $\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{b}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{c}{2}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4}$

2 k を定数とする。2つの平面 $\alpha: 2x + 3y + z = 0$, $\beta: x - 2y + kz = 0$ が垂直に交わっているとき, $k = \square$ である。 \square に当てはまる数を解答欄にマークせよ。(5 点)

3 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ に対して, 次の各問いの \square に当てはまる数を, それぞれ解答欄にマークせよ。ただし, E は 2 次の単位行列とする。(5 × 3 = 15 点)

(1) 行列 $2A - 3E = \begin{pmatrix} * & * \\ * & \square \end{pmatrix}$ である。

(2) $A^2 = \begin{pmatrix} * & \square \\ * & * \end{pmatrix}$ である。

(3) A の逆行列 $A^{-1} = \begin{pmatrix} * & * \\ \square & * \end{pmatrix}$ である。

4 次の各問いに答えよ。

- (1) 連立方程式 $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ 2x - 4y = 8 \end{cases}$ の解について, 次の ①~⑥ のうちから正しいものを一つ選び, その番号を解答欄にマークせよ。(5点)

① $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \end{pmatrix}$

② $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \end{pmatrix}$

③ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$

④ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}^{-1}$

⑤ この連立方程式の解はない。

⑥ この連立方程式の解は直線 $2x - 4y = 8$ 上のすべての点である。

- (2) 連立方程式 $\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 3x + 9y = 4 \end{cases}$ の解について, 次の ①~⑥ のうちから正しいものを一つ選び, その番号を解答欄にマークせよ。(5点)

① $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

② $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

③ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}$

④ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}^{-1}$

⑤ この連立方程式の解はない。

⑥ この連立方程式の解は直線 $x + 3y = 2$ 上のすべての点である。

§ 9 行列の固有値と行列式

1 次の各問いに答えよ。

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \square$ である。 \square に当てはまる数を、解答欄にマークせよ。(5点)

(2) $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 & 1 \\ 7 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \square$ である。 \square に当てはまる数を、解答欄にマークせよ。(5点)

(3) 方程式 $\begin{vmatrix} x & 0 & 30 \\ -1 & x & -16 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 0$ の解は $x = \square$ と $x = \square$ である。 \square , \square に当てはまる数を、それぞれ解答欄にマークせよ(順不同)。(5 × 2 = 10点)

2 次の各問いに答えよ。(5 × 2 = 10点)

(1) 次の連立1次方程式が解を1つだけ持つための条件を、次の①~⑥の中から一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。

$$\begin{cases} ax + 4y = 0 \\ x + ay = 0 \end{cases}$$

- | | | |
|--------------|---------------|------------------|
| ① $a = 2$ | ② $a = -2$ | ③ $a = \pm 2$ |
| ④ $a \neq 2$ | ⑤ $a \neq -2$ | ⑥ $a \neq \pm 2$ |

(2) 次の連立1次方程式の解が存在しないのは、 $a^2 = \square$ の場合である。 \square に当てはまる数を、解答欄にマークせよ。

$$\begin{cases} ax + 4y = 1 \\ x + ay = 1 \end{cases}$$

3 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$ について、次の各問いに答えよ。

(1) 行列 A の固有値は $-\square$, \square である。 \square , \square に当てはまる数を、それぞれ解答欄にマークせよ。(5 × 2 = 10 点)

(2) 行列 A の正の固有値に対する固有ベクトルは、 $k (\neq 0)$ を任意の実数として

$$k \begin{pmatrix} 3 \\ \square \end{pmatrix}$$

と表される。 \square に当てはまる数を解答欄にマークせよ。(5 点)

4 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ は、ある正則行列 P によって

$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$$

と表すことができるとき、 A^n を表す行列は、次の ①～⑤ のうちのどれか。当てはまるものを一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。(5 点)

① $\begin{pmatrix} \alpha^n & 0 \\ 0 & \beta^n \end{pmatrix}$

② $P^{-n} \begin{pmatrix} \alpha^n & 0 \\ 0 & \beta^n \end{pmatrix} P^n$

③ $P^n \begin{pmatrix} \alpha^n & 0 \\ 0 & \beta^n \end{pmatrix} P^{-n}$

④ $P^{-1} \begin{pmatrix} \alpha^n & 0 \\ 0 & \beta^n \end{pmatrix} P$

⑤ $P \begin{pmatrix} \alpha^n & 0 \\ 0 & \beta^n \end{pmatrix} P^{-1}$

§ 10 2変数関数の微分・積分

1 次の各問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x, y) = xy^2$ の点 $(1, 2)$ における y についての偏微分係数の定義は、

$f_y(1, 2) = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{\square}{k}$ である。 \square に当てはまるものを、次の ①～④ のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。(5点)

- ① $(1+k)^2 \cdot 2^2 - 1 \cdot 2^2$ ② $1 \cdot (2+k)^2 - 1 \cdot 2^2$
 ③ $(1+k) \cdot (2+k)^2 - 1 \cdot 2^2$ ④ $(1+k) \cdot (2+k)^2 - (1+k) \cdot 2^2$

(2) $z = \sin xy$ のとき $\frac{\partial z}{\partial x} = \square$ である。 \square に当てはまる式を、次の ①～⑥ のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。(5点)

- ① $\sin y$ ② $\cos y$ ③ $y \sin xy$
 ④ $y \cos xy$ ⑤ $x \sin xy$ ⑥ $y \sin xy$

(3) $z = 3x^3 + 4xy - 5y^2$ のとき、 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \square$ である。 \square に当てはまる式を、次の ①～⑥ のうちから一つ選び、その番号を解答欄にマークせよ。(10点)

- ① $4x^3 + 6xy$ ② $4x^3 + 6xy - y^5$ ③ $12x^2 + 6y$
 ④ $12x^2 + 6y - y^5$ ⑤ $18x$ ⑥ $6x - 5y^4$

2 $z = \log(x^2 + y^2)$, $x = u + v$, $y = u - 2v$ のとき、 $\frac{\partial z}{\partial u} = \square$, $\frac{\partial z}{\partial v} = \square$ である。

\square , \square に当てはまる式を、次の ①～⑥ のうちから一つずつ選び、それぞれ解答欄にマークせよ。(5 × 2 = 10点)

- ① $\frac{2x + 2y}{x^2 + y^2}$ ② $\frac{2}{x^2 + y^2}$ ③ $\frac{2x + 4y}{x^2 + y^2}$
 ④ $\frac{3}{x^2 + y^2}$ ⑤ $\frac{2x - 4y}{x^2 + y^2}$ ⑥ $-\frac{1}{x^2 + y^2}$

3 $D = \{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0, 2x + y \leq 2\}$ のとき, 重積分

$$\iint_D f(x, y) dx dy = \int_0^{\square{\text{ア}}} \left\{ \int_0^{\square{\text{イ}}} f(x, y) dy \right\} dx$$

である。 $\square{\text{ア}}$, $\square{\text{イ}}$ に当てはまるものを, 次の ①~⑥ のうちから一つずつ選び, それぞれ解答欄にマークせよ。(5 × 2 = 10 点)

- | | | |
|------------|---------------------|------------|
| ① 0 | ② 1 | ③ 2 |
| ④ $2 - 2x$ | ⑤ $1 - \frac{y}{2}$ | ⑥ $2x + y$ |

4 a を正の定数とすると, 領域 $D : x^2 + y^2 \leq a^2, x \geq 0$ における 2重積分

$$I = \iint_D x dx dy$$

について, 次の各問いに答えよ。

(1) 極座標に変数変換すると,

$$I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \int_0^a \square dr \right\} d\theta$$

と表すことができる。 \square に当てはまるものを, 次の ①~⑥ のうちから一つ選び, その番号を解答欄にマークせよ。(5 点)

- | | | | | | |
|-------|---------|-------------------|-------------------|---------------------|---------------------|
| ① r | ② r^2 | ③ $r \cos \theta$ | ④ $r \sin \theta$ | ⑤ $r^2 \cos \theta$ | ⑥ $r^2 \sin \theta$ |
|-------|---------|-------------------|-------------------|---------------------|---------------------|

(2) 2重積分 I の値を, 次の ①~⑥ のうちから一つ選び, その番号を解答欄にマークせよ。(5 点)

- | | | | | | |
|--------------------|--------------------|---------|------------------------|------------------------|-------------|
| ① $\frac{1}{3}a^3$ | ② $\frac{2}{3}a^3$ | ③ a^3 | ④ $\frac{1}{3}\pi a^3$ | ⑤ $\frac{2}{3}\pi a^3$ | ⑥ πa^3 |
|--------------------|--------------------|---------|------------------------|------------------------|-------------|

(注意事項の続き)

- 5 解答には、必ず「H、F、HBのいずれかの黒鉛筆」、「プラスチック製の消しゴム」を使用してください。
- 6 定規、ものさし、コンパス、分度器及び計算機は使用できません。
- 7 解答用紙の指定の箇所に個人番号と名前を記入してください。
また、個人番号欄に自分の番号をマークしてください。
(例) 0 0 1 番の場合

個人番号	—	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ●
	—	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ●
	—	● ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩

- 8 設問の解答は、解答用紙の当該設問に対応した解答欄にマークしてください。
(例1 選択肢のうちから一つ選び、解答する場合)

設問 **1** (1) に対して、選択肢番号 ⑤ と解答するとき

		解 答 欄
		1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
1	(1)	① ② ③ ④ ● ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩
	(2)	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩

(例2 空欄に当てはまる数字等を解答する場合)

設問 **3** (1) **ア** **イ** **ウ** に対して、「136」と解答するとき

		解 答 欄
		1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
3	(1) ア	● ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩
	イ	① ② ● ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩
	ウ	① ② ③ ④ ⑤ ● ⑦ ⑧ ⑨ ⑩
	(2)	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩

- 9 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁、乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 10 問題冊子の余白は適宜利用して構いません。
- 11 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。