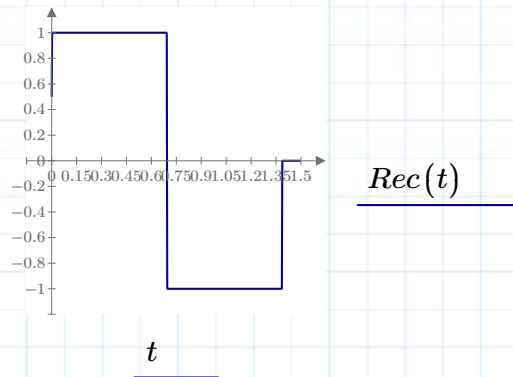


# Lesson 1 0 . 工学の理解をMathcadで深める

練習 4 の方形波のT/2を指数関数応答が1/2になるln2として, R L 回路や R C 回路の応答を求めてみる。E,R,C,τ など, 全て1とする。

Q.10-1 周期が 2 × ln2である, 方形波 1 波形分のグラフを描け。

$$Rec(t) := \Phi(t) - 2 \cdot \Phi(t - \ln(2)) + \Phi(t - 2 \cdot \ln(2))$$

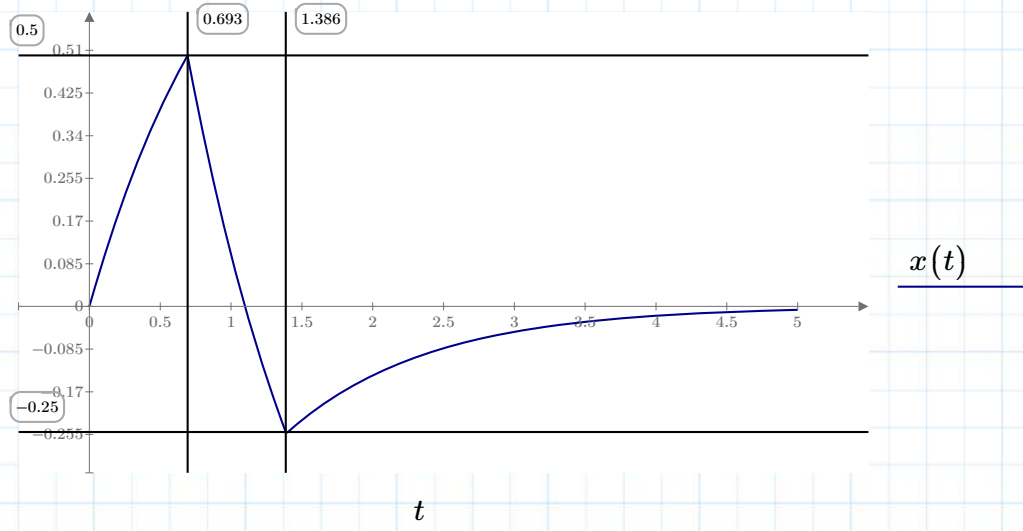


Q.10-2 上記波形をラプラス変換し, R L 回路の応答を求めよ。

$$\Phi(t) - 2 \cdot \Phi(t - \ln(2)) + \Phi(t - 2 \cdot \ln(2)) \xrightarrow{\text{laplace}} \frac{\left(\frac{1}{2^s} - 1\right)^2}{s}$$

$$\frac{\left(\frac{1}{2^s} - 1\right)^2}{s} \xrightarrow[\text{float, 3}]{\text{invlaplace}} -1.0 \cdot e^{-1.0 \cdot t} + \Phi(t - 0.693) \cdot (2.0 \cdot e^{-1.0 \cdot t + 0.693} - 2.0) + -1.0 \cdot \Phi(t - 1.39) \cdot (e^{-1.0 \cdot t + 1.39} - 1.0) + 1.0$$

$$x(t) := -1.0 \cdot e^{-1.0 \cdot t} + \Phi(t - 0.693) \cdot (2.0 \cdot e^{-1.0 \cdot t + 0.693} - 2.0) + -1.0 \cdot \Phi(t - 1.39) \cdot (e^{-1.0 \cdot t + 1.39} - 1.0) + 1.0$$



この応答は何とか求められたが, 0 から 1 への半分まで, 0.5から -1 への半分まで (-0.25へ) など, 結果は電気回路的に最初から分かっている。

Q.10-3 RC回路の応答を求めよ。

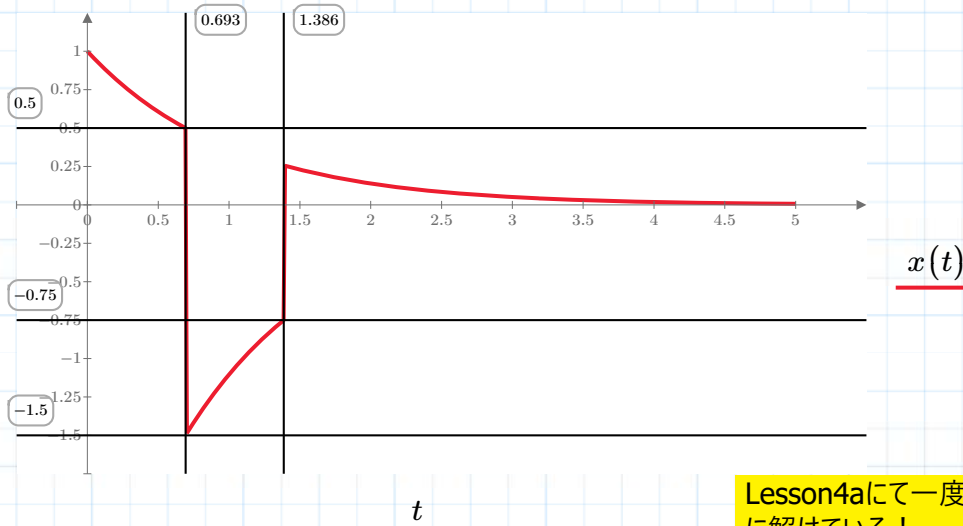
$$\frac{\left(\frac{1}{2^s} - 1\right)^2}{s} \xrightarrow[\text{float, 3}]{\text{invlaplace}} \text{invlaplace} \left( \frac{\left(\frac{1}{2^s} - 1\right)^2}{s \cdot \left(\frac{1}{s} + 1\right)}, s, t \right)$$

Lesson4aにて一度に解けている！

逆ラプラス変換がうまくできない。練習8の環状ソレノイドの境界部分など、有限な有効数値範囲で解析できない部分は、うまくエラー処理するようプログラムされているのが分かる。

$$x(t) := 1.0 \cdot e^{-1.0 \cdot t} + \Phi(t - 0.693) \cdot (-1.5 \cdot e^{-1.0 \cdot t + 0.693} - 1.0 \cdot e^{-1.0 \cdot t}) + \Phi(t - 1.386) \cdot (2 \cdot e^{-1.0 \cdot t + 1.386} - (1.5 \cdot e^{-1.0 \cdot t + 0.693} + 1.0 \cdot e^{-1.0 \cdot t}))$$

補正項 ← 補正項 →



電圧が変化する区分ごとのRC回路の過渡応答を、その時々初期値問題で解くしかない。すると、RL回路の場合と違い、電圧一定区間ごとの関数を独立して足し合わせる必要があり、全区間を一つの逆ラプラス変換では表現できないことが分かる。

この場合も入力波形のステップ電圧での合成から、 $t = \ln 2$ においては-2倍の過渡応答が0.5 Aに対して、-1.5 Aからの減衰波形の応答となる。その後の $\ln 2$ 時間後には、-0.75 Aに減衰しており、 $2 \times \ln 2$ 時間後には、最初と同じ1 Aを足した0.25 Aからの減衰波形となる。

従ってRC回路の過渡応答の場合には、下記に示すように $q(t)$ についての過渡応答を求めてから微分することで、Mathcadで問題なく解くことができる。

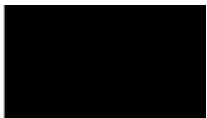
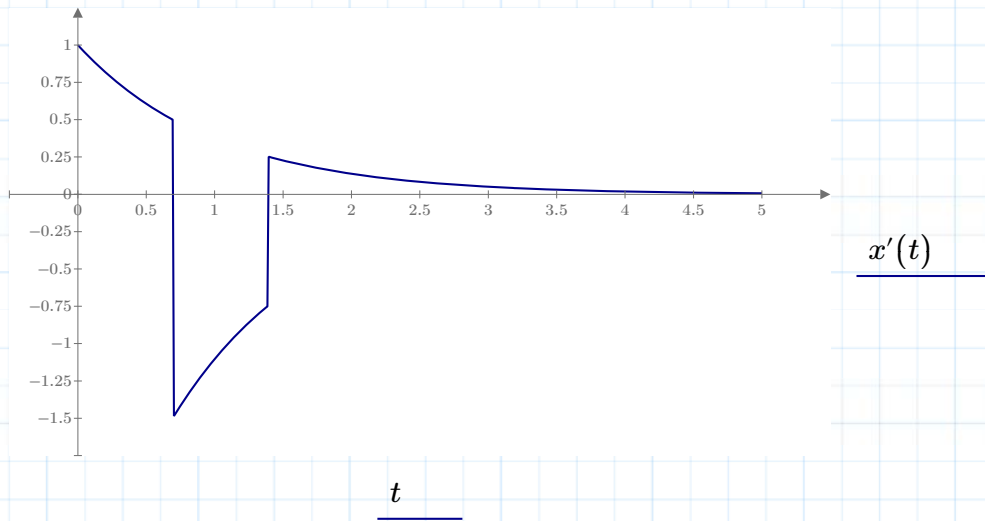
$$R \cdot \frac{d}{dt} q(t) + \frac{q(t)}{C} = \Phi(t) - 2 \cdot \Phi(t - \ln(2)) + \Phi(t - 2 \cdot \ln(2))$$

$$R \cdot s \cdot Q(s) + \frac{Q(s)}{C} = \frac{\left(\frac{1}{2^s} - 1\right)^2}{s}$$

$$Q(s) = \frac{\left(\frac{1}{2^s} - 1\right)^2}{s \cdot \left(R \cdot s + \frac{1}{C}\right)} \quad R := 1 \quad C := 1$$

$$\frac{\left(\frac{1}{2^s} - 1\right)^2}{s \cdot \left(R \cdot s + \frac{1}{C}\right)} \xrightarrow[\text{float, 3}]{\text{invlaplace}} -1.0 \cdot e^{-1.0 \cdot t} + \Phi(t - 0.693) \cdot (2.0 \cdot e^{-1.0 \cdot t + 0.693} - 2.0) + -1.0 \cdot \Phi(t - 1.39) \cdot \dots$$

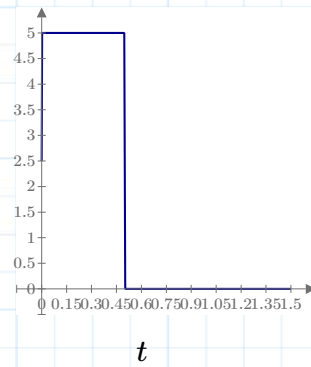
$$x(t) := -1.0 \cdot e^{-1.0 \cdot t} + \Phi(t - 0.693) \cdot (2.0 \cdot e^{-1.0 \cdot t + 0.693} - 2.0) + -1.0 \cdot \Phi(t - 1.39) \cdot (e^{-1.0 \cdot t + 1.39} - 1.0) + 1.0$$



$$E := 5 \quad T_w := 0.5 \quad R := 1 \quad L := 1 \quad C := 1$$

Q.10-4 <http://www.cc.gifu-nct.ac.jp/gakunaiyou/elec/tokoro/html/psp2008/3e-kairo/3-5-7.html>

$$Rect(t) := E \cdot \Phi(t) - E \cdot \Phi(t - T_w)$$

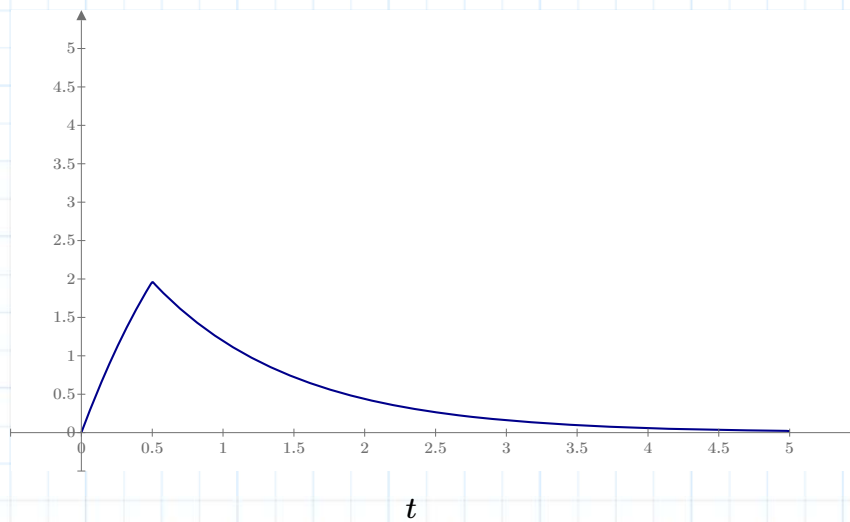


Rect(t)

$$E \cdot \Phi(t) - E \cdot \Phi(t - T_w) \xrightarrow{\text{laplace}} -\frac{5 \cdot e^{-0.5 \cdot s} - 5}{s}$$

$$\frac{5 \cdot e^{-0.5 \cdot s} - 5}{s} \xrightarrow{\text{invlaplace}} \Phi(t - 0.5) \cdot (5.0 \cdot e^{0.5 - 1.0 \cdot t} - 5.0) - 5.0 \cdot e^{-1.0 \cdot t} + 5.0$$

$$y(t) := \Phi(t - 0.5) \cdot (5.0 \cdot e^{0.5 - 1.0 \cdot t} - 5.0) - 5.0 \cdot e^{-1.0 \cdot t} + 5.0$$

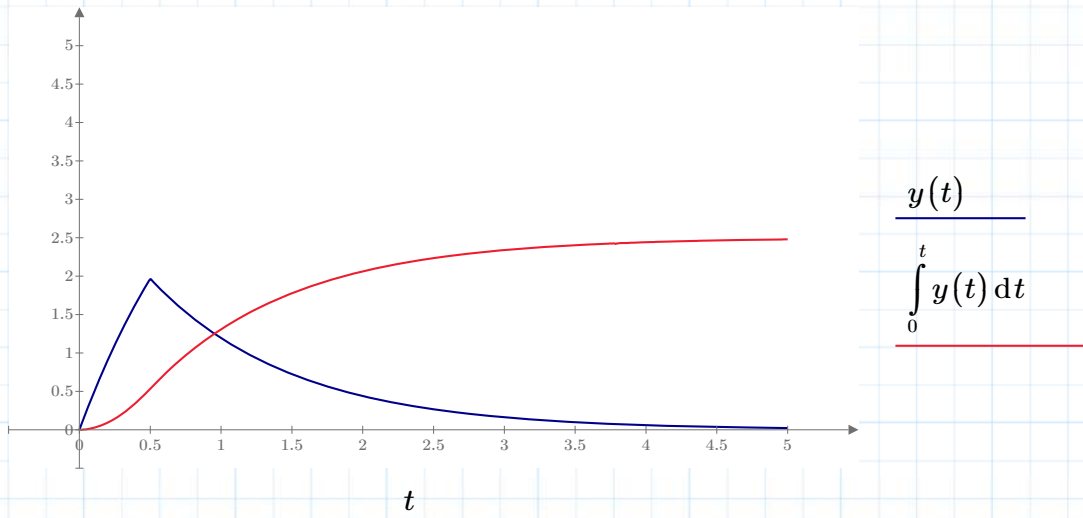


y(t)

Q.10-5 <http://www.cc.gifu-nct.ac.jp/gakunaiyou/elec/tokoro/html/psp2008/3e-kairo/3-5-8.html>

$$\frac{5 \cdot e^{-0.5 \cdot s} - 5}{s} \xrightarrow{\text{invlaplace}} 5.0 \cdot e^{-1.0 \cdot t} - 5.0 \cdot \Phi(t - 0.5) \cdot e^{0.5 - 1.0 \cdot t}$$

$$1 + \frac{1}{s \cdot 1} \quad y(t) := 5.0 \cdot e^{-1.0 \cdot t} - 5.0 \cdot \Phi(t - 0.5) \cdot e^{0.5 - 1.0 \cdot t}$$



Q.10-6 <http://www.cc.gifu-nct.ac.jp/gakunaiyou/elec/tokoro/html/psp2008/3e-kairo/3-5-9.html>

$$\frac{5}{s} \xrightarrow{\text{invlaplace}} 5 \cdot \sin(t) \quad y(t) := 5 \cdot \sin(t)$$

$$s \cdot 1 + \frac{1}{s \cdot 1}$$

