令和４年度　岐阜工業高等専門学校専攻科　学力検査による入学者選抜（前期,
先端融合テクノロジー連携教育プログラムを含む）

数学合計

科目	数学	分野	微分積分	１枚目 / ３枚中	受検番号		小計		分野計	

1

次の関数を微分せよ。(5 点 ×2)

(1) $f(x) = \sin \dfrac{1}{x^2+1}$

解答

$$f'(x) = \cos \frac{1}{x^2+1}\left(\frac{-2x}{(x^2+1)^2}\right) = -\frac{2x}{(x^2+1)^2}\cos\frac{1}{x^2+1}$$

(2) $f(x) = x\sqrt{1+\dfrac{1}{x}}$

解答

$$f'(x) = \sqrt{1+\frac{1}{x}} - \frac{x}{2x^2\sqrt{1+\frac{1}{x}}} = \frac{2x+1}{2x\sqrt{1+\frac{1}{x}}}$$

通分していないもの 4 点、通分前までは正解でその後の変形でミスしたもの 3 点。$\sqrt{1+\frac{1}{x}} - \frac{1}{2\sqrt{x^2+x}}$ は 4 点。

2

次の関数を積分せよ。(5 点 ×2)

(1) $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}$

解答

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}} = \Big[\log|x+\sqrt{x^2+1}|\Big]_0^1 = \log(1+\sqrt{2})$$

(2) $\displaystyle\int x\sin\frac{x}{3}dx$

解答

$$\int x\sin\frac{x}{3}dx = -3x\cos\frac{x}{3} + 3\int\cos\frac{x}{3}dx$$

$$= -3x\cos\frac{x}{3} + 9\sin\frac{x}{3} + C$$

積分定数が無いときは 4 点

令和４年度　岐阜工業高等専門学校専攻科　学力検査による入学者選抜（前期,
先端融合テクノロジー連携教育プログラムを含む）

科目	数学	分野	微分積分	２枚目 ３枚中	受検番号		小計	

3

極限値 $\lim_{x\to\pi}\dfrac{(\pi-x)\sin x}{1+\cos x}$ を求めよ。(5 点)

解答

$$\lim_{x\to\pi}\frac{(\pi-x)\sin x}{1+\cos x}=\lim_{x\to\pi}\frac{-\sin x+(\pi-x)\cos x}{-\sin x}$$

$$=\lim_{x\to\pi}\frac{-2\cos x-(\pi-x)\sin x}{-\cos x}=2$$

4

$f(x,y)=(x+y)e^x$ を偏微分して次の偏導関数を求めよ。(3 点 ×5)

(1) f_x

解答

$f_x=e^x+(x+y)e^x=(1+x+y)e^x$

(2) f_y

解答

$f_y=e^x$

(3) f_{xx}

解答

$f_{xx}=e^x+(1+x+y)e^x=(2+x+y)e^x$

(4) f_{xy}

解答

$f_{xy}=e^x$

(5) f_{yy}

解答

$f_{yy}=0$

5

次の重積分をもとめよ (10 点 ×2)

(1) $\displaystyle\iint_D \frac{1}{x+y}dxdy$ D は 4 直線 $x=1,\ x=2,\ y=x,\ y=2x$ に囲まれた領域。

解答

積分範囲は $x \leqq y \leqq 2x,\ 1 \leqq x \leqq 2$ となるから

$$\iint_D \frac{1}{x+y}dxdy = \int_1^2 \left\{ \int_x^{2x} \frac{dy}{x+y} \right\} dx$$
$$= \int_1^2 \left[\log|x+y|\right]_x^{2x} dx$$
$$= \int_1^2 \log|3x| - \log|2x| dx$$
$$= \int_1^2 \log|\frac{3x}{2x}| dx$$
$$= \int_1^2 \log\frac{3}{2}dx$$
$$= \log\frac{3}{2}$$

$2\log\frac{3}{2} + \log\frac{2}{3}$ は 9 点。

(2) $\displaystyle\iint_D \frac{1}{x^2+y^2}dxdy$ D は $1 \leqq x^2+y^2 \leqq 3$ を満たす領域

解答

極座標に変換すると範囲は $1 \leqq r \leqq \sqrt{3},\ 0 \leqq \theta \leqq 2\pi$ となる。

よって

$$\iint_D \frac{1}{x^2+y^2}dxdy = \int_0^{2\pi} \left\{ \int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{r^2} r dr \right\} d\theta$$
$$= \int_0^{2\pi} \left[\log r\right]_1^{\sqrt{3}} d\theta$$
$$= \int_0^{2\pi} \log\sqrt{3} d\theta$$
$$= \left[\frac{\theta}{2}\log 3\right]_0^{2\pi}$$
$$= \pi \log 3$$

$2\pi\log\sqrt{3}$ や $2\pi\log|\sqrt{3}|$ は 9 点。

令和４年度　岐阜工業高等専門学校専攻科　学力検査による入学者選抜（前期,
先端融合テクノロジー連携教育プログラムを含む）

科目	数学	分野	線形代数	１枚目 / ２枚中	受検番号		小計		分野計	

1

(1) 連立方程式 $\begin{cases} x-y=0 \\ 2x+2z=0 \\ -x+2y+kz=0 \end{cases}$ に $x=y=z=0$ 以外の解が存在するような k の値を求めよ。(5 点)

解答

行列式 $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & k \end{vmatrix} = 0$ となるときだから、

$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & k \end{vmatrix} = 0+0+2-0+2k-4 = 2k-2 = 0$ だから $k=1$ のときである。

(2) そのときの解を求めよ。(5 点)

解答

拡大係数行列は $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

これより $x-y=0$, $y+z=0$ を満たせばよいことがわかる。$x=t$ とすると $y=t, z=-t$ となる。

よって解は t を任意の定数として $x=t, y=t, z=-t$ である。

$x=y=z=0$ について含めていても、除いていてもどちらでも正解とする。

令和４年度　岐阜工業高等専門学校専攻科　学力検査による入学者選抜（前期,
先端融合テクノロジー連携教育プログラムを含む）

科目	数学	分野	線形代数	２枚目 / ２枚中	受検番号		小計	

2

行列 $\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ が表す一次変換の固有値と固有ベクトルを求めよ (10 点)

解答
固有方程式は $\lambda^2 + 2\lambda - 5 = 0$ これを解いて $\lambda = -1 \pm \sqrt{6}$
よって固有値は $-1 \pm \sqrt{6}$(ここまでで 5 点)
$\lambda = -1 + \sqrt{6}$ のとき固有ベクトル $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ は $\begin{pmatrix} -1-\sqrt{6} & 5 \\ 1 & 1-\sqrt{6} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ であるから、$x + (1 - \sqrt{6})y = 0$ よって c_1 を任意の定数として固有ベクトルは $c_1\begin{pmatrix} \sqrt{6}-1 \\ 1 \end{pmatrix}$
$\lambda = -1 - \sqrt{6}$ のときき固有ベクトル $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ は $\begin{pmatrix} -1+\sqrt{6} & 5 \\ 1 & 1+\sqrt{6} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ であるから、$x + (1 + \sqrt{6})y = 0$ よって c_2 を任意の定数として固有ベクトルは $c_2\begin{pmatrix} \sqrt{6}+1 \\ -1 \end{pmatrix}$
固有ベクトルが片方のみ正解のときは 8 点
本来 c_1, c_2 は 0 以外の定数であるが、その表記がなくても正解とする。

科目	数学	分野	微分方程式	１枚目 / ２枚中	受検番号		小計		分野計	

1

次の微分方程式の解をもとめよ。(5 点 ×2)

(1) $\dfrac{dx}{dt} = 2x + e^{2t}$

解答
斉次微分方程式は $\displaystyle\int \frac{dx}{x} = \int 2dt$
$\log|x| = 2t + c_1$
$x = \pm e^{c_1} e^{2t}$(ここまで 2 点)
$x = ue^{2t}$ とすると、$\frac{dx}{dt} = \frac{du}{dt}e^{2t} + 2ue^{2t}$ これを微分方程式に代入して
$\frac{du}{dt}e^{2t} + 2ue^{2t} = 2ue^{2t} + e^{2t}$
$\frac{du}{dt} = 1$
$u = t + c$
$x = (t + c)e^{2t}$
c, c_1 は任意の定数。
(2) $\dfrac{d^2x}{dt^2} + 6\dfrac{dx}{dt} + 9x = t^2$

解答
特性方程式は $\lambda^2 + 6\lambda + 9 = (\lambda + 3)^2 = 0$ よって $\lambda = -3$ 重解
斉次の一般解は $x = (c_1 + c_2t)e^{-3t}$, c_1, c_2 は任意の定数。(ここまでで 2 点)
特殊解を $x = at^2 + bt + c$ とすると, $\frac{dx}{dt} = 2at + b$, $\frac{d^2x}{dt^2} = 2a$ これらを微分方程式に代入すると、
$2a + 12at + 6b + 9at^2 + 9bt + 9c = t^2$
よって $\begin{cases} 9a = 1 \\ 12a + 9b = 0 \\ 2a + 6b + 9c = 0 \end{cases}$
を解いて $a = \frac{1}{9}$, $b = -\frac{4}{27}$, $c = \frac{2}{27}$ となる。
特殊解は $x = \frac{1}{9}t^2 - \frac{4}{27}t + \frac{2}{27}$ となる。(特殊解のみ正解の場合は 2 点)
非斉次の一般解は $x = \frac{1}{9}t^2 - \frac{4}{27}t + \frac{2}{27} + (c_1 + c_2t)e^{-3t}$ である。

令和４年度　岐阜工業高等専門学校専攻科　学力検査による入学者選抜（前期,
先端融合テクノロジー連携教育プログラムを含む）

科目	数学	分野	微分方程式	２枚目 / ２枚中	受検番号		小計	

2

与えられた条件で次の微分方程式の特殊解を求めよ。(5 点 ×2)

(1) $\dfrac{dx}{dt} = x^2 \sin t$, ($t = 0$ のとき $x = \frac{1}{2}$)

解答
$\int \frac{1}{x^2} dx = \int \sin t dt$
$\frac{-1}{x} = -\cos t + c_1$
$x = \frac{1}{\cos t - c_1}$(ここまで 3 点)
ここで初期条件を代入すると $\frac{1}{2} = \frac{1}{1-c_1}$ よって $c_1 = -1$
特殊解は $x = \frac{1}{\cos t + 1}$
$x = -\frac{1}{-\cos t - 1}$ は 4 点。
(2)
$\dfrac{d^2x}{dt^2} - 4\dfrac{dx}{dt} + 6x = 0$, ($t = 0$ のとき $x = \frac{dx}{dt} = 1$)

解答
特性方程式は $\lambda^2 - 4\lambda + 6 = 0$ で特性解は $\lambda = 2 \pm \sqrt{2}i$ となる。
よって一般解は $x = e^{2t}(c_1 \cos \sqrt{2}t + c_2 \sin \sqrt{2}t)$ となる。(ここまでで 3 点)
$x = c_1 e^{(2+\sqrt{2}i)t} + c_2 e^{(2-\sqrt{2}i)t}$ は 2 点
$\frac{dx}{dt} = 2e^{2t}(c_1 \cos \sqrt{2}t + c_2 \sin \sqrt{2}t) + e^{2t}(-\sqrt{2}c_1 \sin t + \sqrt{2}c_2 \cos t)$ 初期条件を代入すると

$$\begin{cases} 1 = c_1 \\ 1 = 2c_1 + \sqrt{2}c_2 \end{cases}$$

となるので $c_1 = 1$, $c_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
よって $x = e^{2t}(\cos \sqrt{2}t - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \sqrt{2}t)$

科目	数学	分野	応用数学	1枚目 / 1枚中	受検番号		小計		分野計	1枚目のみ

以下，$\boldsymbol{\nabla} = \boldsymbol{i}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right) + \boldsymbol{j}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right) + \boldsymbol{k}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)$ を表すものとする．

$\boxed{1}$スカラー場$\varphi = \sin(xyz)$, ベクトル場$\boldsymbol{A} = x^2(y+z)\boldsymbol{i} + y^2(z+x)\boldsymbol{j} + z^2(x+y)\boldsymbol{k}$について，次のものを求めよ．(10 点)

(1) 勾配 grad φ

(2) 発散 div $\boldsymbol{A}$

(3) 回転 rot $\boldsymbol{A}$

(4) $\boldsymbol{\nabla}^2\varphi$

(5) $\boldsymbol{\nabla}(\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{A})$

(1) grad $\varphi = yz\cos(xyz)\boldsymbol{i} + xz\cos(xyz)\boldsymbol{j} + xy\cos(xyz)\boldsymbol{k}$　(+2)

(2) div $\boldsymbol{A} = 2x(y+z) + 2y(z+x) + 2z(x+y) = 4(xy+yz+zx)$　(+2)

(3) rot $\boldsymbol{A} = (z^2-y^2)\boldsymbol{i} - (z^2-x^2)\boldsymbol{j} + (y^2-x^2)\boldsymbol{k}$　(+2)

(4) $\boldsymbol{\nabla}^2\varphi = \boldsymbol{\nabla}\cdot(\boldsymbol{\nabla}\varphi) = -(yz)^2\sin(xyz) - (xz)^2\sin(xyz) - (xy)^2\sin(xyz)$

$= -((xy)^2 + (yz)^2 + (xz)^2)\sin(xyz)$　(+2)

(5) $\boldsymbol{\nabla}(\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{A}) = 4\boldsymbol{\nabla}(xy+yz+zx) = 4\{(y+z)\boldsymbol{i} + (z+x)\boldsymbol{j} + (x+y)\boldsymbol{k}\}$　(+2)

$\boxed{2}$ $\boldsymbol{r} = (t - \mathrm{sin}t)\boldsymbol{i} + (1 - \mathrm{cos}t)\boldsymbol{j}$　$(0 \le t \le 2\pi)$ で表される経路 C がある．
ベクトル場$\boldsymbol{A} = y\boldsymbol{i} - x\boldsymbol{j}$ の経路 C に沿っての線積分

$$\int_C \boldsymbol{A}\cdot d\boldsymbol{r}$$

を求めよ．(10 点)

$$\frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = (1-\mathrm{cos}t)\boldsymbol{i} + \sin t\boldsymbol{j} \qquad (+2)$$

経路 C に沿って

$$\boldsymbol{A} = (1-\mathrm{cos}t)\boldsymbol{i} - (t-\mathrm{sin}t)\boldsymbol{j} \qquad (+2)$$

$$\int_C \boldsymbol{A}\cdot d\boldsymbol{r} = \int_0^{2\pi}\{(1-\mathrm{cos}t)\boldsymbol{i} - (t-\mathrm{sin}t)\boldsymbol{j}\}\cdot\{(1-\mathrm{cos}t)\boldsymbol{i} + \sin t\boldsymbol{j}\}dt$$

$$= \int_0^{2\pi}\{(1-\mathrm{cos}t)^2 - t\mathrm{sin}t + \sin^2 t\}dt \qquad (+2)$$

$$= \int_0^{2\pi}\{1 + (\cos^2 t + \sin^2 t) - 2\mathrm{cos}t - t\mathrm{sin}t\}dt = [2t - 2\mathrm{sin}t]_0^{2\pi} + [t\mathrm{cos}t]_0^{2\pi} - \int_0^{2\pi}\mathrm{cos}t\,dt \qquad (+2)$$

$$= 4\pi - 0 + 2\pi - [\mathrm{sin}t]_0^{2\pi} = 6\pi \qquad (+2)$$