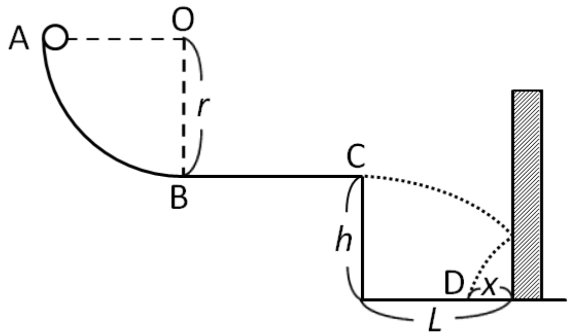
科目	物　理	１枚目／５枚中	受検番号		総得点		小計	

※注意　解答は，解答欄に有効数字を考慮して記入すること。余白は計算に使って良い。
すべての問題について，解答欄に書かれた内容のみ採点対象とする。

問題１．（１０×５＝５０点）

点 O を中心とする半径 r のなめらかな円筒の内面の点 A から質量 m の小球を初速度 0 ですべらせた。$\angle\mathrm{AOB}=90^\circ$, 点 B から点 C まではなめらかな水平面である。水平面 BC の床からの高さを h とする。点 C から水平距離 $L\ \left(0<L<2\sqrt{rh}\right)$ の地点にはなめらかな壁が鉛直に立っている。小球と壁との間の反発係数を e，重力加速度の大きさを g とする。



(1) 点 B を通るときの速さ v_B を求めよ。
(2) 点 B を通過する直前の垂直抗力の大きさ N_1 を求めよ。
(3) 点 B を通過した直後の垂直抗力の大きさ N_2 を求めよ。
(4) 小球は点 C から水平方向に投げ出され，壁に当たってはねかえり，床上の点 D に到達した。点 C を通過する時刻を 0 とすると，点 D に到達するまでにかかる時間 t はいくらか。
(5) 壁から点 D までの距離 x を求めよ。

【解答】

(1) 水平面 BC を重力による位置エネルギーの基準水平面とする。点 A と点 B の間の力学的エネルギー保存則より $mgr=\frac{1}{2}mv_\mathrm{B}^2$．これを v_B について解いて，$v_\mathrm{B}=\sqrt{2gr}$.

(2) 非慣性系で考えると，小球にはたらく重力と遠心力の合力と垂直抗力がつり合うので $N_1=mg+m\frac{v_\mathrm{B}^2}{r}$．(1)の結果を代入して整理すると $N_1=3mg$.

(3) 小球は等速直線運動を行う。小球にはたらく重力と垂直抗力がつり合うので $N_2=mg$.

(4) 壁はなめらかなので，鉛直方向の速度は衝突により影響を受けない。すなわち，鉛直方向は自由落下と同等の運動である。よって $h=\frac{1}{2}gt^2$．これを t について解くと $t=\sqrt{\frac{2h}{g}}$.

(5) 衝突後の速度の水平成分の大きさを v' とすると, $e=\frac{v'}{v_\mathrm{B}}$ より $v'=ev_\mathrm{B}$. 点 C を通過後, 壁に到達するまでの時間は $\frac{L}{v_\mathrm{B}}$, 壁に衝突した後，床に到達するまでの時間は $\frac{x}{v'}$ であり，$\frac{L}{v_\mathrm{B}}+\frac{x}{v'}=t$ である。$v'=ev_\mathrm{B}$ および(1), (4)の結果を代入して x について解くと $x=e\left(2\sqrt{rh}-\mathrm{L}\right)$.

【解答欄】

(1)	(2)	(3)
$\sqrt{2gr}$	$3mg$	mg
(4)	(5)	
$\sqrt{\frac{2h}{g}}$	$e(2\sqrt{rh}-\mathrm{L})$	

科目	物　理	２枚目 / ５枚中	受検番号		総得点		小計	

問題２．（１０×５＝５０点）

水平に一定の加速度 a で進む電車の中で，天井から質量 m の小球を軽いばねでつるした。ばね定数を k，重力加速度の大きさを g とする。

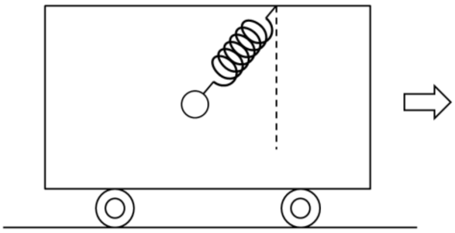
(1) 電車内の人から見て，小球は静止しているとする。ばねが鉛直方向となす角を θ とするとき，$\tan\theta$ を求めよ。

(2) ばねは自然の長さからいくら伸びているか。

(3) 小球を $\tan\theta$ の方向に，つりあいの位置から A だけ伸ばして静かに手をはなしたところ，小球は単振動を始めた。単振動の周期を求めよ。

(4) 電車内の人から見たときの，小球の速さの最大値を求めよ。

(5) 小球にはたらく力の大きさの最大値を求めよ。



【解答】

(1) 電車内の人の立場で考えると，小球には重力とばねの弾性力と慣性力がはたらいて静止している。つり合いの位置でのばねの自然長からの伸びを x_0 とすると，

水平方向の力のつり合いより $kx_0\sin\theta = ma$，

鉛直方向の力のつり合いより $kx_0\cos\theta = mg$．

この 2 式より，$\tan\theta = \frac{a}{g}$．

(2) 慣性力と重力の合力がばねの弾性力とつり合っていると考えると，$\tan\theta$ の方向の力のつり合いより

$kx_0 = \sqrt{(ma)^2 + (mg)^2}$．よって，$x_0 = \frac{m\sqrt{a^2+g^2}}{k}$．

(3) 単振動の加速度を α，ばねのつり合いの位置からの伸びを x とすると，$\tan\theta$ の方向の運動方程式は，

$m\alpha = m\sqrt{a^2+g^2} - k(x + x_0)$．

(2)の結果を代入し α について解くと，$\alpha = -\frac{k}{m}x$．

これより，角振動数 ω は $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$，周期 T は $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ となる。

(4) $v_{\max} = A\omega$ より，$v_{\max} = A\sqrt{\frac{k}{m}}$．

(5) $F_{\max} = m\alpha_{\max} = mA\omega^2$ より，$F_{\max} = Ak$．（別解：(3)より，$F_{\max} = m\alpha_{\max} = m\left(-\frac{k}{m}\right)(-A) = Ak$）

【解答欄】

(1)	(2)	(3)
$\frac{a}{g}$	$\frac{m\sqrt{a^2+g^2}}{k}$	$2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$
(4)	(5)	
$A\sqrt{\frac{k}{m}}$.	Ak	

科目	物　理	３枚目／５枚中	受検番号		総得点		小計	

問題３．（１０×５＝５０点）

　なめらかに動くピストンのついた容器内に 1 mol の単原子分子理想気体が入っている。この気体を図の A→B→C→A の順に状態を変化させた。状態 A の気体の温度を T_{A}，気体定数をR とする。

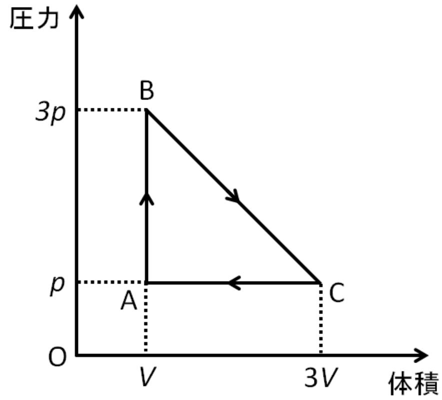
(1) 状態 B における気体の温度を T_{A} を用いて表せ。

(2) B→C の変化で気体がした仕事を p, V を用いて表せ。

(3) A→B→C→A の変化で気体が吸収する熱量を p, V を用いて表せ。

(4) A→B→C→A の変化で気体が放出する熱量を p, V を用いて表せ。

(5) このサイクルを熱機関とみなしたときの熱効率を求めよ（分数で答えてよい）。



【解答】

(1) 状態 B における気体の温度を T_{B} とする。ボイル・シャルルの法則より，$\frac{pV}{T_{\mathrm{A}}} = \frac{3pV}{T_{\mathrm{B}}}$.

これより，$T_{\mathrm{B}} = 3T_{\mathrm{A}}$.

(2) 線分 BC，点 B を取って縦軸に平行な直線，点 C を取って縦軸に平行な直線，および横軸で囲まれる面積が B→C の変化で気体がした仕事 $W_{\mathrm{B \to C}}$ となる。よって，$W_{\mathrm{B \to C}} = \frac{1}{2}(3p + p) \times 2V = 4pV$.

(3) A での状態方程式より$pV = RT_{\mathrm{A}}$. 状態 C における気体の温度を T_{C} とすると，ボイル・シャルルの法則より $T_{\mathrm{B}} = T_{\mathrm{C}}$.

〔A→B〕 気体は仕事をしないので，$\Delta U_{\mathrm{A \to B}} = Q_{\mathrm{A \to B}}$.

一方，$\Delta U_{\mathrm{A \to B}} = \frac{3}{2}R(T_{\mathrm{B}} - T_{\mathrm{A}})$ である。(1)の結果と$RT_{\mathrm{A}} = pV$ を用いると，$\Delta U_{\mathrm{A \to B}} = 3pV$.

よって，$Q_{\mathrm{A \to B}} = 3pV$ (吸収).

〔B→C〕気体は外部に仕事をするので $\Delta U_{\mathrm{B \to C}} = Q_{\mathrm{B \to C}} - W_{\mathrm{B \to C}}$.

一方，$T_{\mathrm{B}} = T_{\mathrm{C}}$ より$\Delta U_{\mathrm{B \to C}} = \frac{3}{2}R(T_{\mathrm{C}} - T_{\mathrm{B}}) = 0$ である。

よって，$Q_{\mathrm{B \to C}} = W_{\mathrm{B \to C}}$. (2)の結果を用いると，$Q_{\mathrm{B \to C}} = 4pV$ (吸収).

〔C→A〕気体は仕事をされるので $\Delta U_{\mathrm{C \to A}} = Q_{\mathrm{C \to A}} + W_{\mathrm{C \to A}}$. ここで，$W_{\mathrm{C \to A}} = p \cdot 2V$.

一方，$\Delta U_{\mathrm{C \to A}} = \frac{3}{2}R(T_{\mathrm{A}} - T_{\mathrm{C}})$ である。$T_{\mathrm{C}} = T_{\mathrm{B}}$, および(1)の結果と$RT_{\mathrm{A}} = pV$ を用いると，$\Delta U_{\mathrm{C \to A}} = -3pV$

よって，$Q_{\mathrm{C \to A}} = \Delta U_{\mathrm{C \to A}} - W_{\mathrm{C \to A}} = -3pV - 2pV = -5pV$ (放出).

以上より，気体が吸収する熱量は$3pV + 4pV = 7pV$.

(4) (3)より，気体が放出する熱量は$5pV$.

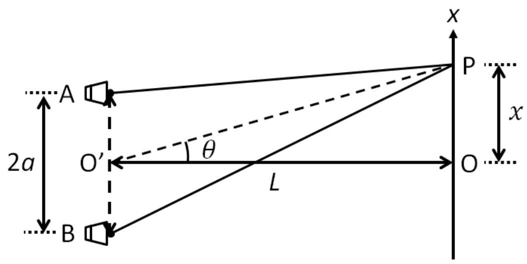
(5) $e = \frac{Q_{吸収} - Q_{放出}}{Q_{吸収}} = \frac{7pV - 5pV}{7pV} = \frac{2}{7}$.　（別解：$e = \frac{W_{\mathrm{A \to B \to C \to A}}}{Q_{吸収}} = \frac{0 + 4pV - 2pV}{7pV} = \frac{2}{7}$）

【解答欄】

(1)	(2)	(3)
$3T_{\mathrm{A}}$	$4pV$	$7pV$
(4)	(5)	
$5pV$	$\frac{2}{7}$	

科目	物　理	４枚目／５枚中	受検番号		総得点		小計	

問題４．（１０×５＝５０点）



　図のようにスピーカーを距離 $2a$ だけ離しておき，振幅，振動数がともに等しい音を出す。線分 AB の中点を O′，O′から距離 $L\ (L \gg a)$ だけ離れた点を原点 O とし，図のように x 軸をとる。音の速さを V，振動数を f とする。

(1) 原点 O では音は極小であった。音源 A, B での振動は，同位相，逆位相のどちらか。

(2) 音の波長を求めよ。

(3) x 軸上で原点 O に最も近く，音が極大となる点を P とする。点 P の x 座標$(x > 0)$を求めよ。ここで，$\angle \mathrm{PO'O} = \theta$とすると，$\theta$ は十分小さく，$\sin\theta \fallingdotseq \tan\theta$ と近似できる。

(4) 極大となる点の間隔を求めよ。

(5) ２つのスピーカーから出る音の振動数を徐々に大きくすると，点 P で聞こえる音はしだいに小さくなってから大きくなる。点 P での音が再び極大となるときの音の振動数は元の振動数 f の何倍か。

【解答】

(1) A, B より等距離にある点で音が極小となるので，音源からは逆位相の音が出ていることが分かる。

(2) $V = f\lambda$ より $\lambda = \frac{V}{f}$.

(3) 音源の振動が逆位相なので，音が極大となる条件は $|\mathrm{AP}-\mathrm{BP}| = \frac{\lambda}{2}(2m+1)\quad (m = 0,1,2,\cdots)$ である。点 P は原点 O に最も近い極大点なので，$m = 0$ である。すなわち，$|\mathrm{AP}-\mathrm{BP}| = \frac{\lambda}{2}$ となる。
一方，$L \gg a$ より，$|\mathrm{AP}-\mathrm{BP}| = 2a\sin\theta$. ここで，$\theta$ は十分小さく $\sin\theta \fallingdotseq \tan\theta = \frac{x}{L}$ と近似できるので $|\mathrm{AP}-\mathrm{BP}| = \frac{2ax}{L}$ となる。以上より，$\frac{\lambda}{2} = \frac{2ax}{L}$. x について求め，(2)の結果を代入すると，$x = \frac{LV}{4af}$.

(4) (3)より，音が極大となる点の座標は $x = \frac{LV}{4af}(2m+1)$．よって，$\Delta x = \frac{LV}{4af}[\{2(m+1)+1\}-(2m+1)] = \frac{LV}{2af}$.
（別解：(3)より，$x < 0$ の範囲で原点 O に最も近く，音が極大となる点の x 座標は $x = -\frac{LV}{4af}$.
よって，$\Delta x = \frac{LV}{4af} - \left(-\frac{LV}{4af}\right) = \frac{LV}{2af}$.）

(5) 原点 O から数えて点 P は 2 番目 $(m = 1)$ の極大点となる。このときの音の振動数をf'，波長をλ'とすると，音が極大となる条件より $|\mathrm{AP}-\mathrm{BP}| = \frac{3\lambda'}{2}$. (3)の場合と比較すると$3\lambda' = \lambda$ となる。(2)の結果を用いると，$f' = 3f$，すなわち，元の振動数の 3 倍となる。

【解答欄】

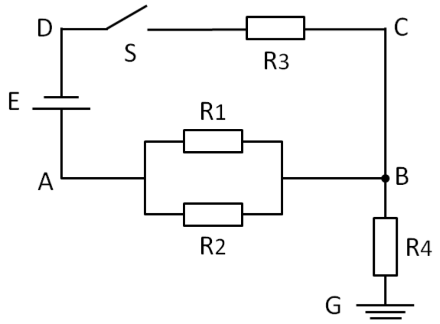
(1)	(2)	(3)
逆位相	$\dfrac{V}{f}$	$\dfrac{LV}{4af}$
(4)	(5)	
$\dfrac{LV}{2af}$	3 倍	

科目	物　理	５枚目 ／ ５枚中	受検番号		総得点		小計	

問題５．（１０×５＝５０点）

図の回路において，E は起電力 100 V の電池，R_1，R_2，R_3，R_4 はそれぞれ 10 Ω，15 Ω，14Ω，100Ω の電気抵抗，S はスイッチ，G はアースである。電池の内部抵抗は無視できるものとする。

最初，スイッチは開いていた。



(1) D の電位は何 V か。

(2) AB 間の合成抵抗を求めよ。

次に，スイッチを閉じた。

(3) 回路 ABCDA を流れる電流は何 A か。

(4) D の電位は何 V か。

(5) 電気抵抗 R_1 で消費される電力は何 W か。

【解答】

(1) A,B,C,G は等電位で 0 V。E の電位差が 100 V なので，D の電位は −100 V である。

(2) 合成抵抗をR とすると $\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}=\frac{1}{10}+\frac{1}{15}$. これより $R=6.0$ Ω.

(3) 回路 ABCDA を流れる電流を I とすると，キルヒホッフの法則より $E=I(\mathrm{R}+R_3)$. ここで，(2)の結果，および $E=100\,\mathrm{V}$, $R_3=14$ Ωを代入すると $I=5.0\,\mathrm{A}$ と求まる。

(4) R_4には電流は流れないため，電圧降下は 0 である。よって，点 B の電位は 0 V である。

R_3での電圧降下は $R_3I=14\times5.0=70\,\mathrm{V}$ より，点 D の電位は −70 V となる。

(5) R_1 を流れる電流をI_1，R_2 を流れる電流をI_2 とすると，$I=I_1+I_2$.

一方，AB 間で電圧降下が等しいことより，$R_1I_1=R_2I_2$.

これらの 2 式に(3)の結果，および $R_1=10$ Ω，$R_2=15$ Ωを代入すると $I_1=3.0\,\mathrm{A}$, $I_2=2.0\,\mathrm{A}$ と求まる。

R_1 で消費される電力を P_1とすると，$P_1=R_1I_1^2=10\cdot3.0^2=90$ W となる。

※注意　有効数字が不適切な解答は，－２点とする。

【解答欄】

(1)	(2)	(3)
−100 V	6.0 Ω	5.0 A
(4)	(5)	
−70 V	90 W	