平成３０年度　岐阜工業高等専門学校編入学者選抜検査

科目	数学	１枚目／２枚中	受検番号		総得点		小計	

1

２次関数 $y = ax^2 + bx + c$ の頂点が $(2, -3)$ で点 $(1, -2)$ を通るとき、a, b, c の値を求めよ。(15 点)

解答

頂点の座標より関数の式は $y = a(x-2)^2 - 3 = ax^2 - 4ax + 4a - 3$ とわかる。この式に $(1, -2)$ を代入すると $-2 = a - 3$ となり、$a = 1$ である。よって２次関数は $y = x^2 - 4x + 1$ となり $a = 1, b = -4, c = 1$ である。

2

２次関数 $y = x^2 + kx + 3$ と直線 $y = x + \dfrac{3}{4}k + \dfrac{5}{4}$ が共有点を持つような k の範囲を求めよ。(15 点)

解答

共有点を持つとき、方程式 $x^2 + kx + 3 = x + \frac{3}{4}k + \frac{5}{4}$ は実数解をもつ。よって判別式 $D = (k-1)^2 - 4(-\frac{3}{4}k + \frac{7}{4}) \geqq 0$ となればよい。この式は $k^2 + k - 6 = (k+3)(k-2) \geqq 0$ となる。この不等式が成立するのは $k \leqq -3, k \geqq 2$ のときである。解答が $k < -3, k > 2$ は 10 点とする。

3

$\triangle$ABC において $b = \mathrm{AC} = 5$, A$= 105^\circ$, B$= 30^\circ$ とする。このとき $c =$AB および $\triangle$ABC の外接円の半径 R を求めよ。(15 点)

解答

三角形の内角の和は 180° より C$= 45^\circ$ である。

正弦定理により、$\frac{c}{\sin 45^\circ} = \frac{5}{\sin 30^\circ} = 2R$ となる。これより $R = 5$, $c = 5\sqrt{2}$ となる。片方のみ正解のときは８点とする。

4

点 $(2, 3)$ を通り、直線 $y = 2x + 1$ に垂直な直線を求めよ。(15 点)

解答

直線 $y = 2x+1$ に垂直な直線の傾きは $-\frac{1}{2}$、よって求める直線の式は $y = -\frac{1}{2}(x-2)+3 = -\frac{1}{2}x+4$

5

連立不等式 $\begin{cases} x^2 + x - y + 1 \leqq 0 \\ 2x - y + 3 \geqq 0 \end{cases}$ の表す領域を図示せよ。(15 点)

解答

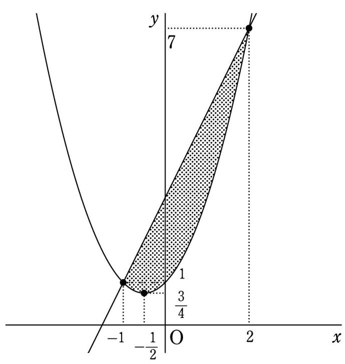
右図の網がかかった部分。境界を含む。曲線は $y = x^2 + x + 1$

直線は $y = 2x + 3$, 交点の座標は $(-1, 1), (2, 7)$, 放物線の頂点は $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$

図の概形のみ正しい時は５点。

加えて交点の座標のみ正しく図中に記されているとき 10 点、

または頂点の座標のみ正しく図中に記されているとき 10 点。



科目	数学	２枚目 / ２枚中	受検番号		総得点		小計	

6

方程式 $2\log_2(x-2) = \log_2(7-2x)$ を解け。(15 点)

解答

真数条件により $x-2>0, 7-2x>0$ つまり $2<x<\frac{7}{2}$ を満たさなければならない。

$\log_2(x-2)^2 = \log_2(7-2x)$ となるので、$(x-2)^2 = 7-2x$ となる。この２次方程式は $x^2-2x-3 = (x-3)(x+1) = 0$ と変形できるので解は $x=-1,3$ であるが、$x=-1$ は真数条件を満たさないので解は $x=3$ のみである。$x=-1,3$ が解のときは８点とする。

7

方程式 $4^x - 2^{x+2} + 4 = 2^x$ を解け。(15 点)

解答

$2^x = X$ とすると方程式は $X^2-4X+4 = X$ となる。$X^2-5X+4 = (X-4)(X-1) = 0$ より $X = 1,4$ となる。$2^x = 1$ より $x=0$,$2^x = 4$ より $x=2$ となる。よって $x=0,2$ である。

8

x,y は第１象限の角で $\sin x = \frac{1}{3}$, $\cos y = \frac{1}{4}$ であった。$\cos(x+y)$ の値を求めよ。(15 点)

解答

第１象限なので $\cos x = \sqrt{1-\sin^2 x} = \sqrt{1-\frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\sin y = \sqrt{1-\cos^2 y} = \sqrt{1-\frac{1}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{4}$ である。よって加法定理により $\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x \sin y = \frac{2\sqrt{2}}{3}\cdot\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{2\sqrt{2}-\sqrt{15}}{12}$ となる。

9

関数 $y = 2x^3 - 2x^2 + 4x + 1$ を微分せよ。(15 点)

解答

$y' = 6x^2 - 4x + 4$ である。

10

定積分 $\displaystyle\int_1^2 (x^2-3x+2)dx$ を求めよ。(15 点)

解答

$$\int_1^2 (x^2-3x+2)dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x\right]_1^2 = \frac{8}{3} - 6 + 4 - \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{2} + 2\right) = -\frac{1}{6}$$