科目	数　学	１枚目 / ２枚中	受検番号		総得点		小計	

1

2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフは 3 点 $(1,0), (-1,2), (2,5)$ を通っている。定数 a, b, c の値を求めよ。(15 点)

解答

関数の式に通る点の座標を代入すると連立方程式

$\begin{cases} 0 = a + b + c \\ 2 = a - b + c \\ 5 = 4a + 2b + c \end{cases}$ ができる。この連立方程式を解くと $\begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \\ c = -1 \end{cases}$ となる。

2

2 次関数 $y = -x^2 + 2x + 1$ のグラフと直線 $y = kx + 2$ が接するような定数 k の値とその時の接点の座標を求めよ。(15 点)

解答

方程式 $-x^2 + 2x + 1 = kx + 2$ を整理して、$x^2 + (k-2)x + 1 = 0$ が重解を持てばよいから、判別式 $D = (k-2)^2 - 4 = 0$ であればよい。$k - 2 = \pm 2$ より $k = 0, 4$ となる。(ここまで 7 点)

$k = 0$ のとき、$x^2 - 2x + 1 = 0$ の解は $x = 1$, また、$y = 2$ だから接点は $(1, 2)$

$k = 4$ のとき、$x^2 + 2x + 1 = 0$ の解は $x = -1$、このとき $y = -2$ つまり接点は $(-1, -2)$ 接点が片方のみ正解のとき 11 点。

3

$\triangle$ABC において辺 AB $= 3$、 辺 AC $= 8$、$\angle$A $= 60^\circ$ であった。辺 BC の長さと $\triangle$ABC の面積を求めよ。(15 点)

解答

余弦定理によると $\mathrm{BC}^2 = 3^2 + 8^2 - 2 \cdot 3 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ = 49$ よって BC の長さは 7 である。

面積 S は $S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8 \cdot \sin 60^\circ = 6\sqrt{3}$ よって面積は $6\sqrt{3}$。片方のみ正解のとき 8 点。

4

点 A の座標が $(1, 2)$、点 B の座標が $(3, 1)$ であるとき、線分 AB の垂直二等分線の式を求めよ。(15 点)

解答

AB の中点は $(\frac{1+3}{2}, \frac{2+1}{2}) = (2, \frac{3}{2})$ であり、直線 AB の傾きは $-\frac{1}{2}$ である。よって垂直二等分線は点 $(2, \frac{3}{2})$ を通る傾き 2 の直線である。つまり $y = 2(x-2) + \frac{3}{2} = 2x - \frac{5}{2}$ が垂直二等分線である。

5

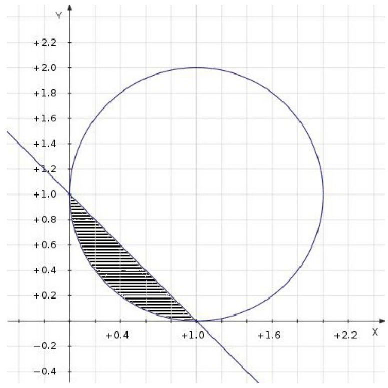
連立不等式 $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 \leqq 0 \\ x + y \leqq 1 \end{cases}$ の表す領域を図示せよ。(15 点)

解答

$x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 \leqq 0$ の解は中心 $(1, 1)$ 半径 1 の円の内側 (境界含む)。

$x + y \leqq 1$ の解は直線 $x + y = 1$ の下側 (境界を含む)。

よって連立不等式の解は図に示した部分 (境界を含む) となる。



科目	数　学	２枚目 ／ ２枚中	受検番号		総得点		小計	

6

方程式 $\log_2(x+1)+\log_2(x+2)=\log_2(x+4)+1$ の解を求めよ。(15 点)
解答
$1=\log_2 2$ であるから方程式を変形すると $\log_2\{(x+1)(x+2)\}=\log_2\{2(x+4)\}$、log をはずすと、$(x+1)(x+2)=2(x+4)$ となる。これを整理すると $x^2+3x+2=2x+8$、$x^2+x-6=(x+3)(x-2)=0$ よって $x=2,-3$ となる。$x=-3$ は真数条件を満たさないので、$x=2$ が解である。解が $x=2,-3$ となっているとき 10 点。

7

方程式 $9^x+2\cdot 3^x-3=0$ の解を求めよ。(15 点)
解答
$3^x=X$ とすると、方程式は $X^2+2X-3=(X+3)(X-1)=0$ となり、$X=1,-3$ が解となる。$3^x=1$ のとき $x=0$、$3^x=-3$ のときには解は無い。よって $x=0$ が解である。$x=0$ とそれ以外の解が解答されているとき 8 点

8

x は $\dfrac{\pi}{2}<x<\pi$ を満たし $\cos x=-\dfrac{1}{8}$ である。$\sin\dfrac{x}{2}$ の値を求めよ。(15 点)
解答
半角の公式より $\sin^2\dfrac{x}{2}=\dfrac{1-\cos x}{2}$ であるから $\sin^2\dfrac{x}{2}=\dfrac{1+\frac{1}{8}}{2}=\dfrac{9}{16}$ となる。$\dfrac{\pi}{4}<\dfrac{x}{2}<\dfrac{\pi}{2}$ であるから $\sin\dfrac{x}{2}$ は正で $\sin\dfrac{x}{2}=\dfrac{3}{4}$ となる。$\sin\dfrac{x}{2}=\pm\dfrac{3}{4}$ は 10 点。

9

関数 $y=2x^3-4x^2+3x+5$ を微分せよ。(15 点)
解答
微分すると $y'=6x^2-8x+3$ となる。

10

定積分 $\displaystyle\int_1^3(x^3-2x^2+3x-3)dx$ を求めよ。(15 点)
解答

$$\int_1^3(x^3-2x^2+3x-3)dx=\left[\frac{1}{4}x^4-\frac{2}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2-3x\right]_1^3$$

$$=\frac{81}{4}-18+\frac{27}{2}-9-\left(\frac{1}{4}-\frac{2}{3}+\frac{3}{2}-3\right)=\frac{26}{3}$$