令和２年度　岐阜工業高等専門学校編入学者選抜検査

科目	数　学	１枚目／２枚中	受検番号		総得点		小計	

1

２次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフは $x = 2$ で x 軸に接し、点 $(3, -1)$ を通っている。定数 a, b, c の値を求めよ。(15 点)

解答

$x = 2$ で x 軸に接しているので、頂点は $(2, 0)$ である。よって 2 次関数は $y = a(x-2)^2$ となっている筈である。点 $(3, -1)$ の座標を代入すると、$-1 = a(3-2)^2$ となり、$a = -1$ である。よって 2 次関数は $y = -(x-2)^2 = -x^2 + 4x - 4$ となる。つまり、$a = -1,\ \ b = 4,\ \ c = -4$ である。

2

２次関数 $y = x^2 - 2x + k$ のグラフと直線 $y = kx - 2$ が共有点をもたないような定数 k の範囲を求めよ。(15 点)

解答

方程式 $x^2 - 2x + k = kx - 2$ を整理して、$x^2 - (k+2)x + k + 2 = 0$ が実数解を持たなければよいから、判別式 $D = (k+2)^2 - 4(k+2) < 0$ であればよい。この不等式は $(k+2)(k-2) < 0$ と因数分解されるから $-2 < k < 2$ が求める範囲である。

3

$\triangle\mathrm{ABC}$ において辺 $\mathrm{AB} = 5$、 辺 $\mathrm{AC} = 9$、$\angle\mathrm{A} = 60^\circ$ であった。辺 BC の長さと $\triangle\mathrm{ABC}$ の面積を求めよ。(15 点)

解答

余弦定理によると $\mathrm{BC}^2 = 5^2 + 9^2 - 2 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \cos 60^\circ = 61$ よって BC の長さは $\sqrt{61}$ である。

面積 S は $S = \dfrac{1}{2} \cdot 5 \cdot 9 \cdot \sin 60^\circ = \dfrac{45\sqrt{3}}{4}$ よって面積は $\dfrac{45\sqrt{3}}{4}$。片方のみ正解のとき 8 点。

4

点 A の座標が $(-1, 0)$、点 B の座標が $(2, 5)$ であるとき、線分 AB の垂直二等分線の式を求めよ。(15 点)

解答

AB の中点は $(\frac{-1+2}{2}, \frac{0+5}{2}) = (\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$ であり、直線 AB の傾きは $\frac{5}{3}$ である。よって垂直二等分線は点 $(\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$ を通る傾き $-\frac{3}{5}$ の直線である。つまり $y = -\frac{3}{5}(x - \frac{1}{2}) + \frac{5}{2} = -\frac{3}{5}x + \frac{14}{5}$ が垂直二等分線である。

5

連立不等式 $\begin{cases} y > x^2 - 2x - 3 \\ y < -x^2 - 4x + 1 \end{cases}$

の表す領域を図示せよ。(15 点)

解答

$y > x^2 - 2x - 3$ の解は $y = x^2 - 2x - 3 = (x-1)^2 - 4$ のグラフの上側。

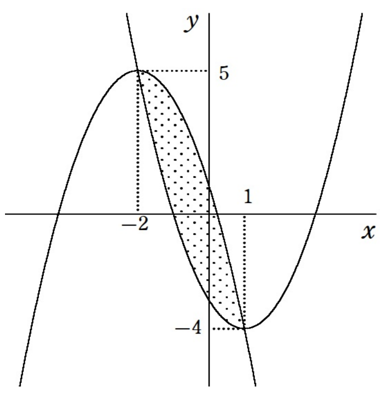
$y < -x^2 - 4x + 1$ の解は $y = -x^2 - 4x + 1 = -(x+2)^2 + 5$ のグラフの下側。

$y = x^2 - 2x - 3$ と $y = -x^2 - 4x + 1$ の交点は $x^2 - 2x - 3 = -x^2 - 4x + 1$ を解いて $x = 1, -2$。

よって連立不等式の解は図において色付けした部分 (境界を含まない) となる。

各放物線の頂点は放物線どうしの交点と一致している。

一致していない場合は８点。座標が正しく書かれていない場合は５点。



科目	数　学	２枚目 / ２枚中	受検番号		総得点		小計	

6

方程式 $\log_2 x + \log_2(x-1) = 1$ の解を求めよ。(15 点)

解答

$1 = \log_2 2$ であるから方程式を変形すると $\log_2\{x(x-1)\} = \log_2 2$、log をはずすと、$x(x-1) = 2$ となる。これを整理すると $x^2 - x - 2 = 0$、$(x+1)(x-2) = 0$ よって $x = 2, -1$ となる。$x = -1$ は真数条件を満たさないので、$x = 2$ が解である。解が $x = 2, -1$ となっているとき 10 点。

7

方程式 $9^x - 4 \cdot 3^{x+1} + 27 = 0$ の解を求めよ。(15 点)

解答

$3^x = X$ とすると、方程式は $X^2 - 12X + 27 = (X-3)(X-9) = 0$ となり、$X = 3, 9$ が解となる。$3^x = 3$ のとき $x = 1$、$3^x = 9$ のとき $x = 2$。よって $x = 1, 2$ が解である。

8

$\tan x = 2$ であるとき、$\cos 2x$ の値を求めよ。(15 点)

解答

$\tan^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}$ に代入すると、$\cos^2 x = \frac{1}{5}$ となる。倍角の公式 $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ に代入すると、$\cos 2x = \frac{2}{5} - 1 = -\frac{3}{5}$

9

関数 $y = -x^3 + 2x^2 - 4$ を微分せよ。(15 点)

解答

微分すると $y' = -3x^2 + 4x$ となる。

10

定積分 $\displaystyle\int_1^2 (x^3 - 4x^2 + 5x - 2)dx$ を求めよ。(15 点)

解答

$$\int_1^2 (x^3 - 4x^2 + 5x - 2)dx = \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{4}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 2x\right]_1^2$$

$$= 4 - \frac{32}{3} + 10 - 4 - \left(\frac{1}{4} - \frac{4}{3} + \frac{5}{2} - 2\right) = -\frac{1}{12}$$