

計測工学8

最小二乗法3

1

実験式の簡便な導出方法

- 選定法、平均法については、近年の表計算ソフト(Excel等)を用いれば最小二乗法も容易に扱えるため、解説しない

2

対数と指数

- a を x 回かけることを a^x と表わし、 a の x 乗という
 - a を底(てい)
 - x を指数あるいはべきという
- 対数とはその逆演算
- 例) 指数 $y=a^x, z=10^3, u=e^p$
- 例) 対数
 - a を底とする対数 $x=\log_a y$
 - 常用対数(10を底) $\log_{10} z = \log_{10} 10^3 = 3$
 - 自然対数(e を底) $p=\log_e u = \ln u$

ln について
語源 natural logarithm
読み方 ナチュラルログ
エルエヌ
ローン

3

両対数目盛のグラフ

- 対数(log)スケールについて(教科書p42)
実験式: $y=ax^n$
があるとき、その両辺の常用対数をとれば
対数: $\log y = \log a + n \log x$
となり、両対数目盛のグラフ用紙にプロットすると直線状になる($\log y = \text{定数} + \text{傾き} \times \log x$)

対数の基本的性質
 $\log(ab) = \log a + \log b$
 $\log(a/b) = \log a - \log b$
 $\log a^b = b \log a$

4

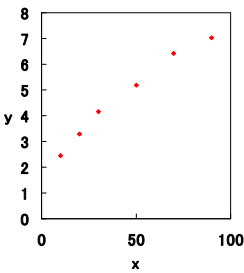
対数目盛・対数値 演習

- 演習課題 教科書p44
表3.4の実験データから $y=ax^n$ の a と n を最小二乗法によって求める(配布したExcelシートを使う)

5

対数目盛・対数値 演習

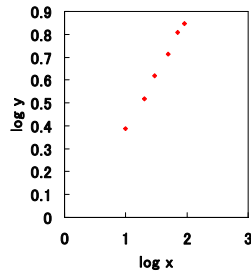
- ① まず表4.3の実験データのグラフ(散布図)を作成します。横軸 x 、縦軸 y でグラフを作成すると、右図のようなグラフが出来ます。



6

対数目盛・対数値 演習

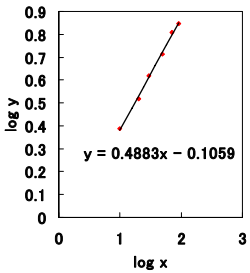
- ② $\log(x)$, $\log(y)$ を計算します。(セルD3に 入力される式は $=\text{LOG}(B3)$ のようになるでしょう。この 式をコピーするとよいで しょう。)
- ③ 横軸 $\log(x)$ 、縦軸 $\log(y)$ でグラフを作成します。 右図のようなグラフが出来 ます。



7

対数目盛・対数値 演習

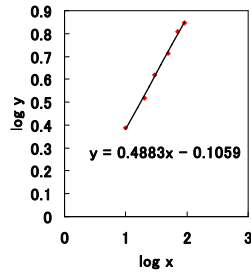
- ④ 最小二乗法で係数を求めま す。 グラフ上のデータ系列を右 クリックし、「近似曲線の追 加」を選びます。
・近似または回帰の種類 線形近似
・オプション グラフに数式を表示 として「OK」で近似曲線を追 加します。(近似曲線の追加 機能を使うということは、最 小二乗法を使ったということ になります)



8

対数目盛・対数値 演習

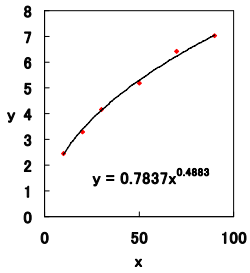
- ⑤ 表示された数式 $y = 0.4883x - 0.1059$ は、 実験式: $y = ax^n$ のための $\log y = \log a + n \log x$ に対応します。
 $n = 0.4883$
 $\log a = -0.1059$
- ⑥ よって求めるaとnは $a = 10^{-0.1059} = 0.7836$
 $n = 0.4883$ となります。



9

対数目盛・対数値 演習

- ⑦ 最後に補足ですが x, yから $\log x$, $\log y$ を計 算しなくても、x,yのグラ フから直接近似式を求 めることが出来ます。
- ⑧ x,yのグラフで「近似曲 線の追加」を
・近似または回帰の種 類 累乗近似
・オプション グラフに数式を表示 する で「OK」します。 右図のような式が表示 されるはずです。



10

Excelで近似曲線を計算するた めの方程式

- 線形近似 $y = mx + b$
 m は傾き、 b は y 切片
- 多項式近似 $y = b + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 + \dots + c_6x^6$
 b と $c_1 \sim c_6$ は定数です。
- 対数近似 $y = c \ln x + b$
 c と b は定数
- 指数近似 $y = ce^{bx}$
 c と b は定数
- 累乗近似 $y = cx^b$
この式の c と b は定数です。
- 移動平均 近くの n 個のデータの平均をとる ノイズの大きい信号系列のノイズ 低減(デジタルフィルタとして 言えば、ローパスフィルタの機 能がある)

青字で表わした定数が最小二乗法によって決められる数値

演習

- 教科書の演習問題3(P47)を解く Excelを使用してよい

12