

チューリング機械によっても受理されない言語

$\{0,1\}^*$ の要素を,

短いもの, 同じ長さなら2進数読みで小さい順に並べる

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, \sigma_6, \sigma_7, \dots$
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $0 \quad 1 \quad 00 \quad 01 \quad 10 \quad 11 \quad 000$

	σ_1	σ_2	σ_3	σ_j	
σ_1	×	×	×		×
σ_2	×	×	×		×
σ_i	○	○	×		×

(i) σ_i が TMの符号化になっていれば
 そのTMが列 σ_j を受理すれば ○
 受理しなければ ×

(ii) σ_i が TMの符号化になっていなければ
 その行はすべて ×

$L = \{ \sigma_i \mid \underline{\hspace{2cm}} \} \Rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$

定理5.4 言語Lは, いかなるTMによっても認識されない

Lを認識するTMが存在すると仮定し, それをMとおく。

$\underline{\hspace{2cm}}$ すると,

表の (σ_M, σ_M) のエントリを見ると ○ か × である。

○のとき, Lの定義より $\underline{\hspace{2cm}}$

一方, ○なら σ_M はTM Mの符号化であるから, $\underline{\hspace{2cm}}$

Mは列 σ_M $\underline{\hspace{2cm}}$ 。よって, $\underline{\hspace{2cm}}$

×のとき, Lの定義より $\underline{\hspace{2cm}}$

一方, ×なら σ_M はTM Mの符号化であるから, $\underline{\hspace{2cm}}$

Mは列 σ_M を $\underline{\hspace{2cm}}$ 。よって, $\underline{\hspace{2cm}}$

いずれの場合も矛盾が生じるので,

$\underline{\hspace{2cm}}$ は間違い。

チューリング機械の停止性

$\left\{ \begin{array}{l} \text{受理状態に到達する} \\ \text{受理状態に到達しない} \end{array} \right\} \left\{ \underline{\hspace{2cm}} \right.$
 $\underline{\hspace{2cm}}$

定理6.1

必ず停止するTMでは認識できないが,
 そのような制限の無い一般のTMでなら認識できる
 $\{0, 1\}$ 上の言語が存在する

定理6.1 証明

$L = \{ \sigma_i \mid \text{TM } \sigma_i \text{ は列 } \sigma_i \text{ に対して非受理状態で停止する} \}$

Lを認識する必ず停止するTM Mの存在を仮定

$\sigma_M = E(M)$ とする

Mが σ_M を受理 $\Rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$
 $\Rightarrow$ Mは列 σ_M に対して $\underline{\hspace{2cm}}$

Mが σ_M を非受理停止 $\Rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$
 $\Rightarrow$ Mは列 σ_M に対して $\underline{\hspace{2cm}}$

一般のTMなら,

万能チューリング機械のように,

TM σ_i の入力 σ_i に対する $\underline{\hspace{2cm}}$ し,

非受理状態で停止したとき受理状態に入るTMを作る

決定問題

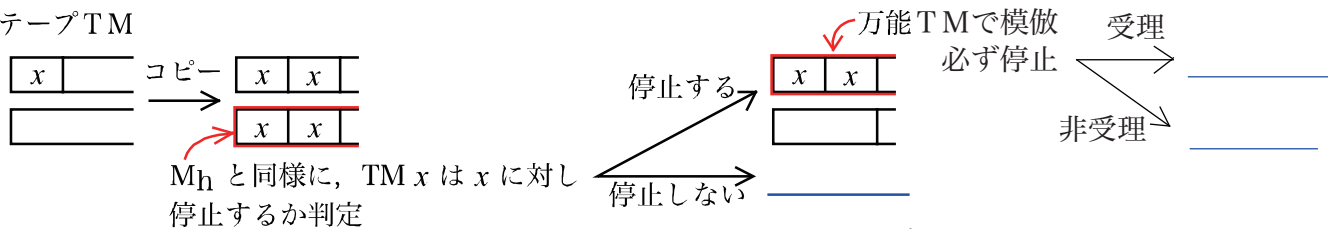
「与えられた列は 何々の条件を満たすか」 これを解く必ず停止する TM が存在するとき
その決定問題は可解

定理6.2

チューリング機械 M と列 x に対し, M が x に対して
停止するかどうかの 決定問題 は非可解

⇒ TM M_h が存在 M_h を使って以下のように TM を作成

2テープ TM

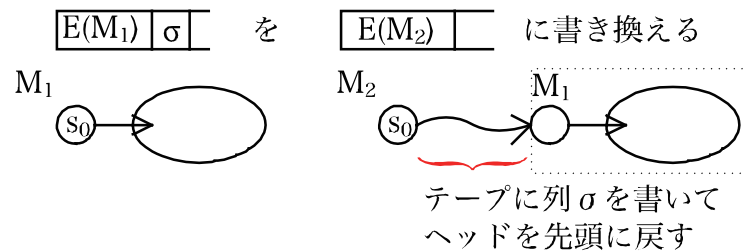


定理6.3

チューリング機械 M が入力 ε に対して停止するかどうかの
決定問題は非可解である

必ず停止する TM T_ε の

次のような必ず停止する TM T が存在する



T と T_ε から, 以下のような TM が作成できる



チョムスキー階層

