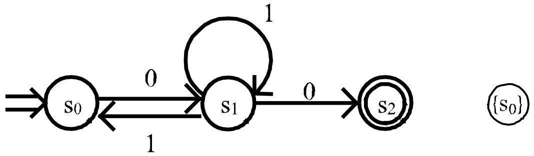
有限オートマトンと正規表現

補題2.1

言語Lが nfa Nで認識されるなら，ある dfa Dによっても認識される

→　nfa から dfa に変換できる



$\{s_0,\ s_1\}$

群状態（これで１つの状態）

$S_0=\{s_0\}$ から始め，遷移先の群状態を計算

Dの状態の集合K’は，$K' \in 2^K$

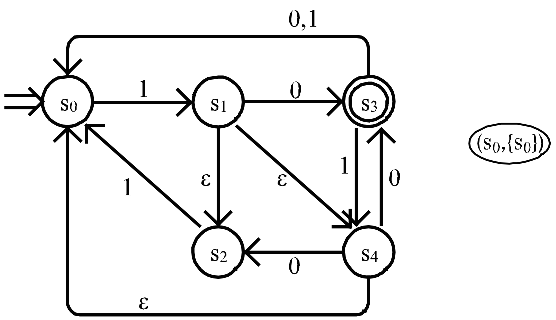
群状態がもとのNの受理状態を１つでも含んでいれば

Dの受理状態とする

補題2.2

言語Lが ε nfa E で認識されるなら，ある nfa Nによっても認識される

→　ε nfa から nfa に変換できる



Eの状態 s → (s, S(s)),　　S(s) は s から入力を読まないで遷移できる

状態の集合

Eにおいて，$a \neq \varepsilon$，$\delta(s_1, a) \ni s_2$ のとき

$s_1 \in S(s)$ であるような $(s, S(s))$ から $(s_2, S(s_2))$ への遷移を作る

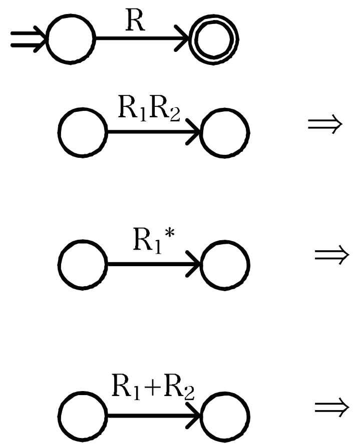
補題2.3

言語Lが正規表現Rで表現されるなら，

Lはある ε nfa Eによっても認識される

正規表現は再帰的に定義されており，

１個の記号，ε，ϕ から，R_1+R_2，R_1R_2，R_1^* が繰り返し適用



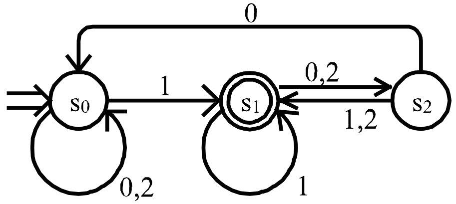
置き換えを繰り返すと，矢についている正規表現は，

１個の記号 ｝そのまま
ε

ϕ　　　その矢を取り去る

例題2.11

補題2.4 言語Lが dfa Dで認識されるなら，Lはある正規表現Rよっても表現される



T_i：初期状態 s_0 から状態 s_i に導く列の集合

$T_0 =$ ______

$T_1 =$ ______

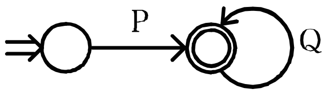
$T_2 =$ ______

T_2を代入

$T_0 = \varepsilon + T_0(0+2) + T_1(0+2)0$

$\underline{\underline{T_1}} = T_0 1 + T_1 1 + T_1(0+2)(1+2) = T_0 1 + \underline{\underline{T_1}}(1+(0+2)(1+2))$

$\underline{\underline{X}} = P + \underline{\underline{X}}\,Q$



______ (ただし，$\varepsilon \notin Q$)

[$\varepsilon \in Q$ なら $X = (P+R)Q^*$
Rは任意の集合]

$\underline{\underline{T_1}} = T_0 1 + \underline{\underline{T_1}}(1+(0+2)(1+2))$ より，

$\underline{\underline{T_1}} =$ ....

$T_0 = \varepsilon + T_0(0+2) + T_1(0+2)0$

$\quad = \varepsilon + T_0(0+2) + T_0 1\,(1+(0+2)(1+2))^*(0+2)0$

$\quad = \varepsilon + T_0(0+2+1\,(1+(0+2)(1+2))^*(0+2)0)$

$T_0 = (0+2+1\,(1+(0+2)(1+2))^*(0+2)0)^*$

ここでは，

$R = T_1 = (0+2+1\,(1+(0+2)(1+2))^*(0+2)0)^*\,1\,(1+(0+2)(1+2))^*$

定理2.5 fa と正規表現は等価である

有限オートマトンによって認識できる言語 → ______

有限オートマトンの能力

fa では有限の状態しかない

$\{0^n 1^n \mid n \geqq 0\}$ はいかなる fa によっても認識されない

［背理法］

fa M の存在を仮定する

M の状態数を n とする

$t_i =$ ______ とおくと

$t_0, t_1, \cdot\cdot\cdot, t_n$ を考えると，

鳩の巣原理より，

$t_l =$ ______ となる，l, k が存在

列 $0^l 1^l$ は受理されるから

______ は受理状態

一方，______ より

______ も受理される

これは仮定に矛盾する