

文脈自由文法の標準形 (生成規則の形)

チョムスキーの標準形

$$A \rightarrow a \quad \text{または} \quad A \rightarrow BC \quad (a \in \Sigma, A, B, C \in V)$$

グライバッハの標準形

$$A \rightarrow a x \quad (A \in V, a \in \Sigma, x \in V^*)$$

定理3.4 Lが cfl なら L を生成するチョムスキーの標準形文法が存在する

(1) 単一規則を取り除く

$$(A \rightarrow B, A, B \in V)$$

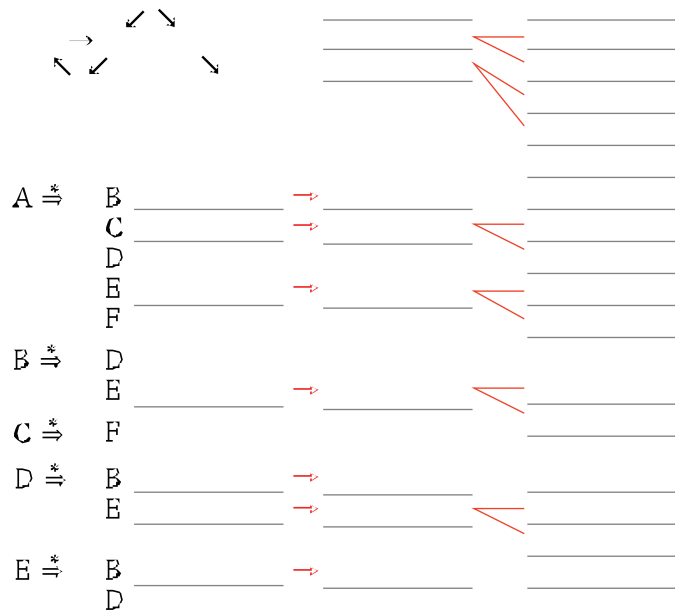
$$(2) \begin{cases} A \rightarrow a \\ A \rightarrow aABb \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{array} \right]$$

例題3.7 $A \rightarrow B, A \rightarrow C, B \rightarrow D, D \rightarrow E, E \rightarrow B, C \rightarrow F$ (単一)
 $B \rightarrow b, E \rightarrow ADa, C \rightarrow ABB$ (非単一)

単一規則

非単一規則

チョムスキーの標準形



定理3.5 Lが cfl なら L を生成するグライバッハ標準形文法が存在する

Lが cfl ならチョムスキーの標準形文法が存在

$$A \rightarrow a \quad \text{は,} \quad A \rightarrow a x \quad \text{に当てはまる}$$

$$A \rightarrow BC \quad \text{を変換}$$

$$\text{変換1} \quad A \rightarrow B \alpha \quad \times \quad \begin{pmatrix} B \rightarrow \beta_1 \\ \vdots \\ B \rightarrow \beta_n \end{pmatrix} \Rightarrow \left(\begin{array}{l} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{array} \right)$$

$$\text{変換2} \quad A \rightarrow A \alpha \quad \times \quad \begin{pmatrix} A \rightarrow \beta_1 \\ \vdots \\ A \rightarrow \beta_n \end{pmatrix} \Rightarrow \left(\begin{array}{l} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{array} \right)$$

β_n はAで始まらない

$$A \Rightarrow A \alpha \Rightarrow A \alpha \alpha \Rightarrow A \alpha \alpha \alpha$$

変数を適当な順に並べ, $A_1 \sim A_n$ とする

$$\begin{aligned} A_1 &\rightarrow \underline{X} \gamma \\ &\vdots \\ A_i &\rightarrow \underline{X} \gamma \end{aligned}$$

$A_1 \sim A_i$ にならないよう
変換1,2

この結果 $A \rightarrow BC$ 型の生成規則は

$$\begin{aligned} &\text{ } \\ &\text{ } \\ &\text{ } \end{aligned}$$

$a \in \Sigma, \gamma \in V^*$

$$A_n \rightarrow a \gamma \quad \text{の形のみ}$$

$$A_{n-1} \rightarrow A_n \gamma \quad \text{があれば}$$

変換1で,

$$A_{n-1} \rightarrow a \gamma' \gamma \quad \text{の形に}$$

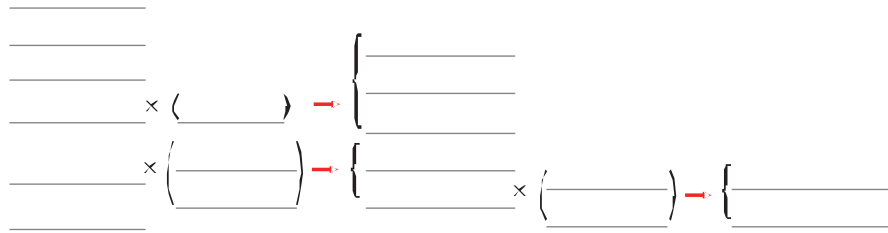
A_1 まで続けると

$$Z_k \rightarrow A_l \gamma' \quad \text{なら, 変換1で,}$$

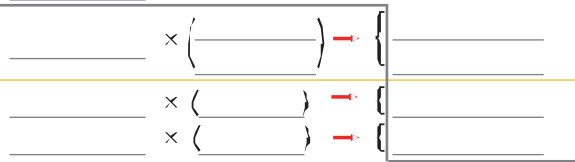
$$Z_k \rightarrow a \gamma'' \gamma' \quad \text{の形に}$$

例 $S \rightarrow AB, A \rightarrow AC, B \rightarrow SC, S \rightarrow 1, A \rightarrow 0, C \rightarrow 1$

変数を並べる: $S \quad A \quad B \quad C$



グライバッハ標準形



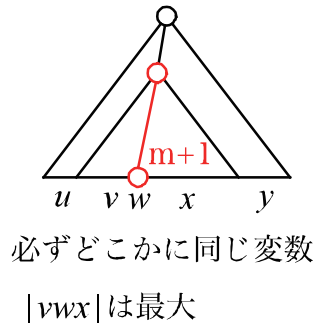
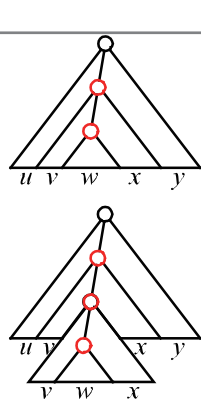
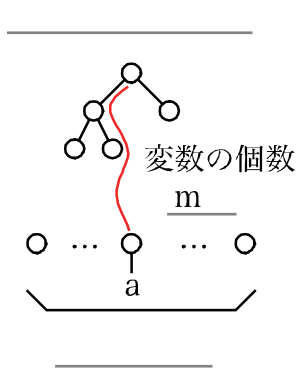
定理3.7

L を有限でない cfl とすると, L によって決まる定数 K, K' が存在し, $z \in L, |z| \geq K$ に対し,

$z = uvwxy$ かつ $vx \neq \varepsilon$ かつ $uv^iwx^iy \in L \ (i \geq 1), |vwx| \leq K'$

となる u, v, w, x, y が存在する

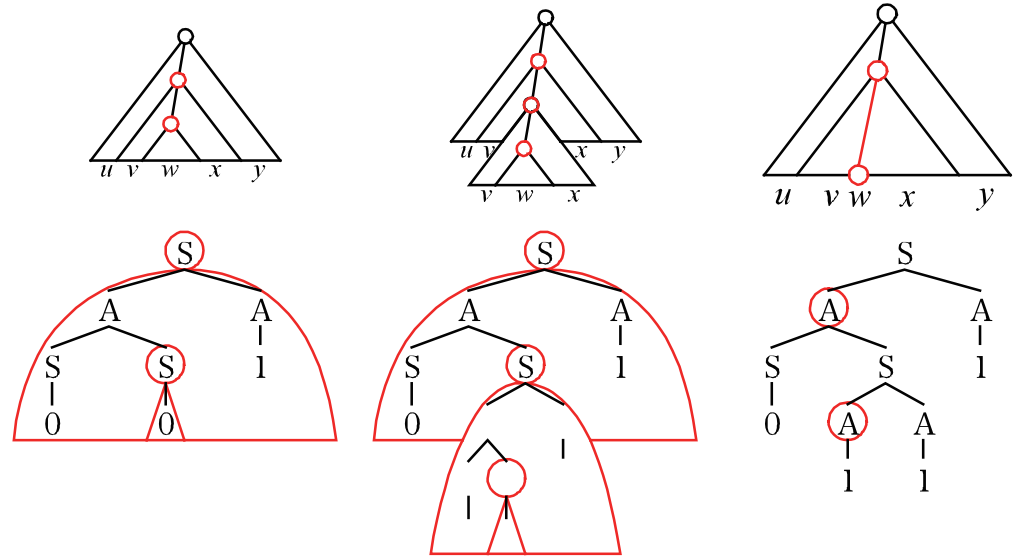
チョムスキーの標準形を考える $|V| = m$ とする



必ずどこかに同じ変数

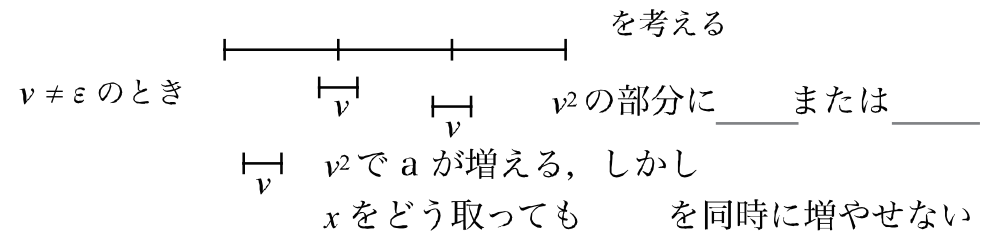
$|vwx|$ は最大

例: $S \rightarrow AA, S \rightarrow 0, A \rightarrow SS, A \rightarrow 1$



例題3.8 $L = \{a^n b^n c^n | n > 1\}$ は cfl ではない

cfl であれば, 定理3.7成立 (uv^iwx^iy)



例題3.9 $L = \{zz | z \in \{a, b\}^*\}$ は cfl ではない

, $m \geq K$ かつ $m \geq K'$ とする

なので, は の中
 の中
 の間
 の間
 同時に増やせない