

計算過程や正確な記号を詳しく書くこと

1a 白球 5 個, 赤球 3 個が入っている箱から 3 個取り出すとき, 白球が 2 個, 赤球 1 個である確率を考える. (1) この問題の試行とは何かを述べて, 全事象 Ω の根元事象の総数を求めよ. (2) 白球が 2 個, 赤球 1 個である事象 A の場合の数を求めよ. (3) 簡潔に説明を入れて, 問題の確率を求めよ. **1b** 2 個のサイコロを投げて, 目の和が 9 である確率を考える. (4) 全事象 Ω の場合の数を求めよ. (5) 目の和が 9 である事象 B を示せ. (6) 簡潔に説明を入れて, 問題の確率を求めよ.

2 白球 5 個, 赤球 3 個が入っている箱から 3 個取り出すときを考える. (1) 全事象 Ω の場合の数を求めよ. (2) 3 個とも同色である事象 $A = A_1 \cup A_2$ を分けて, A_1, A_2 の場合の数を求めよ. (3) 簡潔に説明を入れて, A の確率を求めよ. (4) 白と赤の両方が含まれる事象 B の余事象は何か述べよ. (5) 簡潔に説明を入れて, B の確率を求めよ.

3a 赤球, 白球, 黒球が 5 個ずつ, それぞれ 1 から 5 までの番号がついて入っている袋から 1 個取り出すときを考える. (1) 全事象 Ω の場合の数を求めて, 赤である事象 A と, 番号 1, 2 である事象 B の確率をそれぞれ求めよ. (2) 事象 $A \cap \overline{B}$ は何か書いて, その場合の数と確率を求めよ. (3) $P(A \cup \overline{B})$ を加法定理により書き直して, 簡潔に説明を入れて, その確率を求めよ. **3b** (4) C, D が排反事象で, $P(C) = 1/2, P(D) = 1/3$ のとき, ド・モルガン則などより $P(\overline{C} \cap \overline{D})$ を求めよ.

4 1 から 52 までの整数から 1 つの数を選ぶときを考える. (1) 全事象 Ω の場合の数を求めて, 偶数である事象 A と, 3 の倍数である事象 B のそれぞれの場合の数と確率を求めよ. (2) 事象 $A \cap B$ は何か書いて, その場合の数と確率を求めよ. (3) A と B とは互いに独立であるといってよいか, 簡潔に説明を入れて, 調べよ. (4) 偶数であると分かっているとき, 3 の倍数である確率を, 記号を用いて求めよ.

5 A, B 社の製品には 2%, 1% の割合で不良品が含まれている. A, B 社

から 2:3 の比率で購入している製品の中から任意に 1 個を抽出することを考える. (1) A, B 社の製品である事象 E_1, E_2 の確率をそれぞれ求めよ. (2) 不良品である事象 F に対して問題文より分かる条件付き確率の記号とその値を書け. (3) 抽出された 1 個が不良品である確率を求めよ. (4) 抽出された不良品が A 社の製品である確率を求める計算式を, ベイズの定理により書いてから, その値を求めよ.

6 コインを 2 回投げるときを考える. (1) 1 回の試行で表の出る確率 p と独立試行の回数 n はいくつか. (2) 表が k 回だけ出る事象 E_k の確率の計算式を書いて, $k = 0, 1, 2$ のときの値を求めよ. (3) 表が出ない確率はいくつか. (4) 表が少なくとも 1 回出る確率を求めよ.

7 1 つのサイコロを 3 回振るとき, 1 または 6 の目の出る回数を X とする. (1) 独立試行の回数 n と 1 回の試行で 1 または 6 の目の出る確率 p はいくつか. (2) X が従う分布は何か. 記号も書け. (3) 事象 $X = k$ の確率の計算式を書いて, その値をすべて求めよ. (4) X の確率分布を表に示し, そのグラフを描け.

8 6 個の赤球を含む 1000 個の球が入っている袋から 1 個ずつ 500 回復元抽出するとき, 赤球の出る回数を X とする. (1) 独立試行の回数 n と 1 回の試行で赤球の出る確率 p はいくつか. (2) X が従う分布は何か. 記号も書け. (3) この問題でポアソン分布で近似できる条件を書き, そのときに従う分布の記号と, 事象 $X = k$ の確率の計算式を書け. (4) 赤球が 3 回以上出る確率を求めよ. (答は指数関数を残し, 計算できる所まで書け.)

10a Z が $N(0, 1)$ に従うとき, 次の確率を求めよ. 求める時の分布のグラフも描け.

(1) $P(0.53 \leq Z \leq 0.77)$ (2) $P(Z \geq 1.61)$ (3) $P(Z \geq -1.11)$

10b X が $N(15, 36)$ に従うとき, 次の確率を求めよ. 求める時の分布のグラフも描け. (4) $P(7.0 \leq X \leq 29.7)$ (5) $P(X \leq 11.3)$

11 コインを 256 回投げたときを考える. 表の出る回数を X とする. (1) 独立試行の回数 n と 1 回の試行での表の出る確率 p はいくつか. (2) X が従う分布は何か. 記号も書け. (3) X の平均 μ と分散 σ^2 と標準偏差を求めよ. (4) 近似して確率の計算ができる条件を書き, そのとき X が従う分布は何か. 記号も書け.
(5) $P(116 \leq X \leq 136)$ を求めよ. 確率を示した分布のグラフも描け.

12 300 個の数値の丸めの誤差を $X_1, X_2, \dots, X_{300}$ とする. 丸めの誤差は平均 0, 分散 $1/12$ の確率分布に従うと考えられる. (1) $\bar{X}$ の式を書け. それが従う分布は何か. 記号も書け. その $\bar{X}$ の平均と分散はいくつか.
(2) $P(3.6 < X_1 + X_2 + \dots + X_{300} < 6.7)$, (3) $P(\bar{X} < -0.013)$ の各値を求めよ. 各確率を示す分布のグラフも描け.

13 母集団 $N(\mu, 400)$ から大きさ 25 の標本を抽出して, 標本平均の値が 52.3 であった. (1) 母分散 σ^2 , 標本の大きさ n , 標本平均の実現値 $\bar{x}$ の各値を書け. (2) 標本平均 $\bar{X}$ が従う分布は何か. 記号も書け. また, 標本平均の分散はいくつか. (3) この分布について確率 95% で成立する関係式を書き, それを示す分布のグラフも描け. (4) 母平均の 95% 信頼区間を求めよ. (5) 母平均の 99% 信頼区間も求めよ.

14 規格の値は 52.01 である. 母集団 $N(\mu, 4.0)$ から 100 個のデータを無作為抽出して, 平均が 52.37 であった. (a) μ が 52.01 であるといえるか, (b) μ が 52.01 より大きいといえるか, を次のようにそれぞれ検定せよ. (1) 帰無仮説 H_0 と 対立仮説 H_1 を (a)(b) でそれぞれ書け. (2) 母分散 σ^2 , 標本の大きさ n , 標本平均の実現値 $\bar{x}$ の各値を書け. (3) 標本平均 $\bar{X}$ が従う分布は何か. 記号も書け. 標準化変換を考えてもよい. (4) 危険率 5% の時, (a)(b) で分布のグラフと棄却域を描け.
(5) (a)(b) をそれぞれ危険率 5% で検定せよ.

15 母集団 $N(\mu, \sigma^2)$ からの大きさ 13 の標本を抽出して, 標本の平均が 57.3, 標本の分散が 3.0 であった.

(1) 標本の大きさ n , 標本平均の実現値 $\bar{x}$, 標本分散の実現値 s^2 の各値を書け. (2) 標本平均 $\bar{X}$ と標本分散 S^2 からなる変数 T が従う分布は何か. T の表式も書け. (3) この分布について確率 95% で成立する関係式を書き, それを示す分布のグラフも描け. (4) 母平均の 95% 信頼区間を求めよ. (5) 母平均の 99% 信頼区間も求めよ.