確率・統計

$\boxed{\text{資料 (データ) の基礎的な処理}}$と$\boxed{\text{統計的推定・検定}}$の基本的な考え方を理解する．また$\boxed{\text{確率}}$や$\boxed{\text{確率分布}}$との関連も理解して，それらを表現し計算できる．

確率 (probability) の定義　　確率とは？ 数学的確率とは？

$$\boxed{P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}}$$　Aの確率　(probability of A)

A は　事象　(event)

$n(A)$ は A に含まれる根元事象 (elementary event) の数 (number of A)

Ω は　全事象　(whole event), 標本空間 (sample space)

$n(\Omega)$ は Ω での根元事象の数 (number of Ω)

ある試行 (trial) での全事象 Ω の各根元事象は 同じ程度の確からしさ で起こるものとする．

[p.10—11]

例 1 個のサイコロを振る試行．全事象 $\Omega = \{1, 2, \cdots, 6\}$　$n(\Omega) =$ 6

奇数がでる事象 $A = \{$ 1, 3, 5 $\}$　$n(A) =$ 3　　$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

[p.11]

例 1.11 2 個のコインを投げる試行．(1:表，0:裏)

全事象 $\Omega = \{(x_1, x_2) | x_1, x_2 = 0, 1\} = \{(1,1), (1,0), (0,1), (0,0)\}$　$n(\Omega) = 2^2 = 2 \times 2 = 4$

2 枚とも表の出る事象 $A = \{(1,1)\}$　$n(A) = {}_2C_2 = 1$　　$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{4}$

[p.12—13]

関連問題 [p.13 1.12]

1a 6 枚のコインを投げる試行．全事象 $\Omega = \{(x_1, x_2, \cdots, x_6) | x_1, x_2, \cdots, x_6 = 0, 1\}$　$n(\Omega) = 2^6 = 64$

(1) 2 枚だけ表の出る事象 A　$n(A) = {}_6C_2 = \dfrac{\cancel{6}^{3} \cdot 5}{\cancel{2} \cdot 1} = 15$　　$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{15}{64}$

(2) 3 枚だけ表の出る事象 B　$n(B) = {}_6C_3 = \dfrac{\cancel{6} \cdot 5 \cdot 4}{\cancel{3 \cdot 2 \cdot 1}} = 20$　　$P(B) = \dfrac{n(B)}{n(\Omega)} = \dfrac{20}{64}$

関連問題 [p.14 1.13]

1b 白球 6 個，赤球 4 個が入っている箱より同時に 5 個取り出す試行．

全事象 Ω　$n(\Omega) = {}_{10}C_5 = \dfrac{\cancel{10} \cdot \cancel{9}^{3} \cdot \cancel{8}^{2} \cdot 7 \cdot 6}{\cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1} = 252$　42×6

(a) 3個が白，2個が赤である事象 A $n(A) = {}_6C_3 \times {}_4C_2 = \frac{\cancel{6}\cdot 5\cdot 4}{\cancel{3\cdot 2\cdot 1}} \times \frac{\cancel{4}^{2}\cdot 3}{\cancel{2}\cdot 1} = 20\times 6 = 120$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{120}{252} = \frac{30}{63} = \frac{15}{21}$

(b) 5個とも白である事象 B $n(B) = {}_6C_5 ({}_4C_0) = \frac{6\cdot\cancel{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2}}{\cancel{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2}\cdot 1} = 6$ $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{6}{252} = \frac{1}{42}$

関連問題 [p.14 1.13]

1c 2個のサイコロを投げる試行．

全事象 $\Omega = \{(x,y)|x,y = 1,2,\cdots,6\} = \begin{matrix}\{(1,1), & (1,2), & \cdots & (1,6),\\ (2,1), & (2,2), & \cdots & (2,6),\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ (6,1), & (6,2), & \cdots & (6,6)\}\end{matrix}$ $n(\Omega) = 6^2 = 6\times 6 = 36$

(a) 目の和が i である事象 A_i $(i = 2,3,4,5)$ $A_2 = \{(1,1)\}$

$A_3 = \{(1,2),(2,1)\}$ $A_4 = \{(1,3),(2,2),(3,1)\}$ $A_5 = \{(1,4),(2,3),(3,2),(4,1)\}$

$n(A_2) = 1$ $n(A_3) = 2$

$n(A_4) = 3$ $n(A_5) = 4$

$P(A_2) = \frac{1}{36}$ $P(A_3) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ $P(A_4) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ $P(A_5) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

(b) 目の和が5以下である事象 $B = \{(1,1),(1,2),(2,1),(1,3),(2,2),(3,1),(1,4),(2,3),(3,2),(4,1)\}$

$n(B) = 10$ $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

(c) 同じ目が出る事象 $C = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6)\}$

$n(C) = 6$ $P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

白球5個 赤球3個が入っている箱より
同時に3個とり出す試行

2個が白，1個が赤である事象A
3個とも白である事象B

$n(\Omega) = {}_8C_3 = \frac{8\cdot 7\cdot \cancel{6}}{\cancel{3\cdot 2}\cdot 1} = 56$

$n(A) = {}_5C_2 \times {}_3C_1 = \frac{5\cdot \cancel{4}^{2}}{\cancel{2\cdot 1}} \times \frac{3}{1} = 10\times 3 = 30$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{30}{56} = \frac{15}{28}$

$n(B) = {}_5C_3 \times {}_3C_0 = \frac{5\cdot \cancel{4}^{2}\cdot\cancel{3}}{\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot 1} \times 1 = 10$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{10}{56} = \frac{5}{28}$