## 事象 (event) の性質 (property)

[p.8—10]

全事象 (whole event) $\Omega$ 起こり得るすべての事象

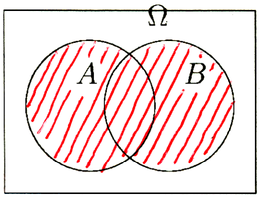
空事象 (empty event) $\phi$ 決して起こらない事象

事象 $A$ の 余事象 (complement) $\overline{A}$ $A$ が起こらない事象, $\boxed{注}$ $\overline{\overline{A}} = A$, $\overline{\Omega} = \phi$, $\overline{\phi} = \Omega$

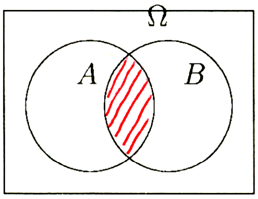
事象 $A, B$ の 和事象 $A \cup B$ $A, B$ のどちらかが起こる事象, 「$A$ または $B$」 "$A$ cup $B$"

事象 $A, B$ の 積事象 $A \cap B$ $A, B$ が同時に起こる事象, 「$A$ かつ $B$」 "$A$ cap $B$"

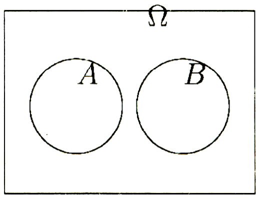
事象 $A, B$ が 互いに排反 (exclusive) $A \cap B = \phi$ $A, B$ が同時に起こらない




$A \cup B$




$A \cap B$




$A \cap B = \phi$

(交換則) $A \cup B = B \cup A$, $A \cap B = B \cap A$

(結合則) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C = A \cup B \cup C$
$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = A \cap B \cap C$

(分配則) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(ド・モルガン則) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ , $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

[例 1.8] (p.9) $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6\}$,
$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$, $A \cap B = \{2, 4\}$, $\overline{A} = \{5, 6, 7\}$ $\boxed{問}$ p.10 問 1.10

$\boxed{問}$ 上記の事象に関することをベン図 (Venn diagram) で示せ.

$\boxed{注}$ 一般に, (分配則) $A \cap (\bigcup_i B_i) = \bigcup_i (A \cap B_i)$, $A \cup (\bigcap_i B_i) = \bigcap_i (A \cup B_i)$

(ド・モルガン則) $\overline{\bigcup_i B_i} = \bigcap_i \overline{B_i}$, $\overline{\bigcap_i B_i} = \bigcup_i \overline{B_i}$,

## 確率の公理 (性質)

[p.16]

(I) 任意の事象 $A$ に対して $0 \leq P(A) \leq 1$

(II) $P(\Omega) = 1$ , $P(\phi) = 0$

(III) $A, B$ が互いに排反であれば, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

[p.16]

(I) $0 \leq n(A) \leq n(\Omega)$, $0 \leq \frac{n(A)}{n(\Omega)} \leq 1$ (II) $P(\Omega) = \frac{n(\Omega)}{n(\Omega)} = 1$, $P(\phi) = \frac{n(\phi)}{n(\Omega)} = \frac{0}{n(\Omega)} = 0$

(III) 場合の数の積の法則より, $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ だから $\frac{n(A \cup B)}{n(\Omega)} = \frac{n(A)}{n(\Omega)} + \frac{n(B)}{n(\Omega)}$

$\boxed{注}$ 一般に, $A_i$ が互いに排反であれば, $P\left(\bigcup_i A_i\right) = \sum_i P(A_i)$

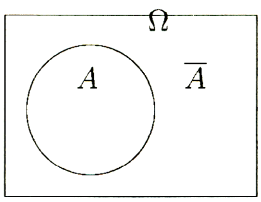
余事象 $\overline{A}$ の確率 $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

[p.16]

$A \cup \overline{A} = \Omega$ より $P(A \cup \overline{A}) = P(\Omega) = 1$ (2.1)
($\because$ 確率の公理 (II))

$A \cap \overline{A} = \phi$ より $P(A \cup \overline{A}) = P(A) + P(\overline{A})$ (2.2)
($\because$ 確率の公理 (III))

(2.1), (2.2) より $P(A) + P(\overline{A}) = 1$ $\therefore P(\overline{A}) = 1 - P(A)$



**加法定理 (addition theorem) — 和事象 $A \cup B$ の確率**

[p.16]

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

注 $A$, $B$ が互いに排反であるときは, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

[p.17—18]

**関連問題** [p.18 1.15]

**2** トランプカード 52 枚のうち, エース (A) キング (K), クイーン (Q), ジャック (J) の 4 種類を絵札とする. 1 枚のカードを取り出すことを考える.
(1) ハートである事象 A , 絵札である事象 B の確率を求めよ.
(2) ハートの絵札である事象の場合の数と, 確率を求めよ.
(3) 加法定理により, ハートか絵札である確率を求めよ.
(4) ドモルガン則などにより, ハートでも絵札でもない確率を求めよ.

(1) $n(\Omega)=52$
$n(A)=13$ $\quad P(A)=\frac{13}{52}=\frac{1}{4}$ $\quad n(B)=4\times4=16$ $\quad P(B)=\frac{16}{52}=\frac{4}{13}$

(2) $A\cap B=\{♡A, ♡J, ♡Q, ♡K\}$ $\quad n(A\cap B)=4$ $\quad P(A\cap B)=\frac{4}{52}$

(3) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{13}{52}+\frac{16}{52}-\frac{4}{52}=\frac{25}{52}$

(4) $P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=1-\frac{25}{52}=\frac{27}{52}$

---

(1) $n(\Omega)=52$
$n(A)=13$ $\quad P(A)=\frac{13}{52}=\frac{1}{4}$ $\quad n(B)=4\times3=12$ $\quad P(B)=\frac{12}{52}=\frac{3}{13}$

(2) $A\cap B=\{♡J, ♡Q, ♡K\}$ $\quad n(A\cap B)=3$ $\quad P(A\cap B)=\frac{3}{52}$

(3) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{13}{52}+\frac{12}{52}-\frac{3}{52}=\frac{22}{52}=\frac{11}{26}$

(4) $P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=1-\frac{22}{52}=\frac{30}{52}=\frac{15}{26}$