

関連問題 [p.24 10.]

3b 工場の機械 A, B による製品には 2%, 3% の割合で不良品が含まれている. A, B の生産の割合は 70%, 30% である製品の中から任意に 1 個を抽出する.

(1) A, B による製品である事象 E_1, E_2 の確率をそれぞれ求めよ.

(2) 不良品である事象 F として, 問題文より分かる条件付き確率の記号とその値を書け.

(3) 抽出された 1 個が不良品である確率を求めよ.

(4) 抽出された不良品が A による製品である確率をベイズの定理により求める計算式を書いて, その値を求めよ.

6/1 に 解答

試行の独立

一般に, いくつかの試行 $T_1, T_2, \dots, T_n$ を行うとき,

各試行における任意の事象 $E_1, E_2, \dots, E_n$ が互いに独立で, (E_i : 独立事象)

$P(E_1 \cap E_2 \cap \dots \cap E_n) = P(E_1)P(E_2) \dots P(E_n)$

であるとき, これらの試行 $T_1, T_2, \dots, T_n$ は互いに独立であるという. (T_i : 独立試行)

注 復元抽出する試行は互いに独立であり, 非復元抽出する試行は互いに独立でない.

注 個々の試行の結果がそれ以外の試行に影響を及ぼさないならば, それらを独立試行という.

独立試行をくり返すときの確率

1 回の試行 T で事象 A の起こる確率 $P(A) = p$ とする. この試行 T を独立に n 回行うとき, 事象 A が r 回起こる確率は $p_r = {}_nC_r p^r (1-p)^{n-r}$ ($r = 0, 1, 2, \dots, n$)

右の図で考える.

$n = 3$ 回のうちどこで $k = 1$ 回の A が起こる (p) か

によって ${}_3C_1$ 通りの排反な事象 A_1, A_2, A_3 がある.

各事象で, 独立試行 T_1, T_2, T_3 だから $p(1-p)^2$ になり,

各事象の確率はこの同じ値である. よって,

$p(1-p)^2 + p(1-p)^2 + p(1-p)^2 = 3p(1-p)^2$

$= {}_3C_1 p(1-p)^2 = {}_3C_1 p^1 (1-p)^{3-1} = {}_n C_k p^k (1-p)^{n-k}$

($n = 3, k = 1$ の場合)

	T_1	T_2	T_3
A_1	p	$1-p$	$1-p$
A_2	$1-p$	p	$1-p$
A_3	$1-p$	$1-p$	p

${}_3C_1$

関連問題 [p.23 問題 1.19][例 1.15][問題 1.20] [p.21 例 1.14][p.22 1.18][p.24 2.][p.24 練習問題]

4 コインを4回投げる.

(1) 1回の試行で表の出る確率 p と独立試行の回数 n はいくつか.

(2) 表が2回だけ出る確率を求めよ.

(3) 表が r 回だけ出る確率の計算式と, それらの値の表 ($r = 0, 1, 2, 3$) を求めよ.

(4) 表が3回以上出る確率を求めよ.

$$(1) \quad p = \frac{1}{2} \quad n = 4$$

$$(2) \quad P_2 = {}_4C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{4-2} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot \frac{1}{2^2} \cdot \frac{1}{2^2} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

$$(3) \quad P_r = {}_4C_r \left(\frac{1}{2}\right)^r \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{4-r}$$

$$P_0 = {}_4C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 1 \cdot \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

$$P_1 = {}_4C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{4}{1} \cdot \frac{1}{2^4} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$P_2 = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

$$P_3 = {}_4C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{1}{2^4} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$P_4 = {}_4C_4 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1 \cdot \frac{1}{2^4} \cdot 1 = \frac{1}{16}$$

r	0	1	2	3	4	$\sum P_r$
P_r	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$	1

$$(4) \quad P_3 + P_4 = \frac{4}{16} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16}$$