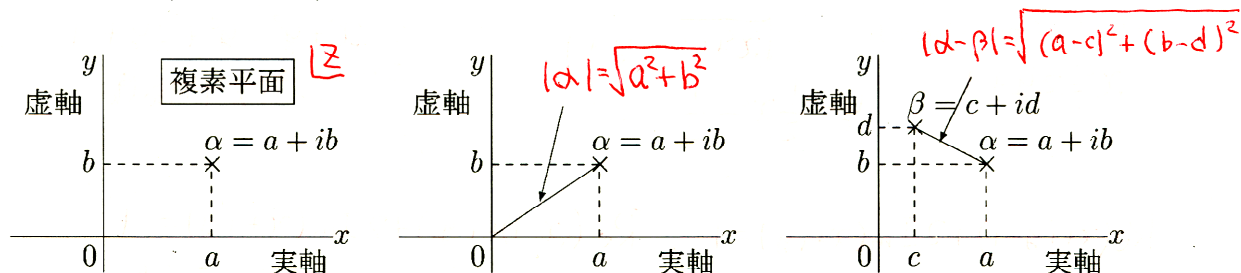


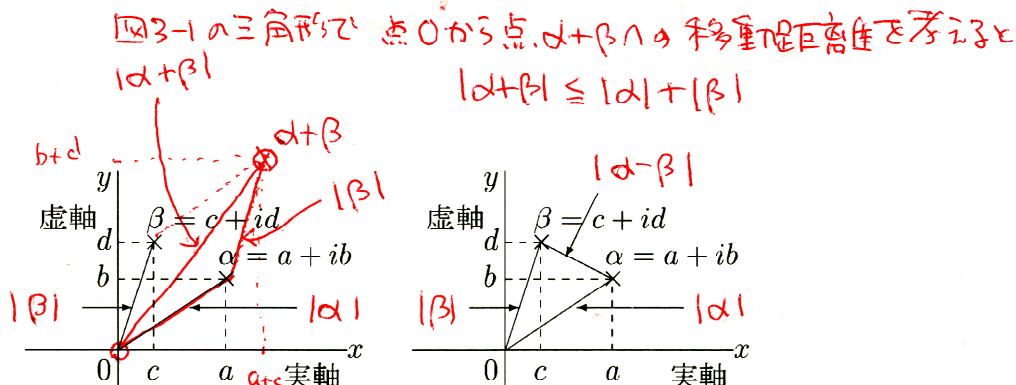
複素(数)平面 (complex plane)

複素平面とは？

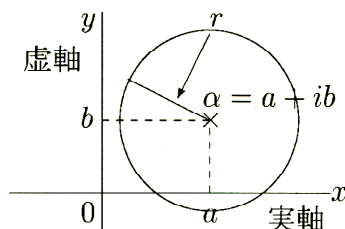
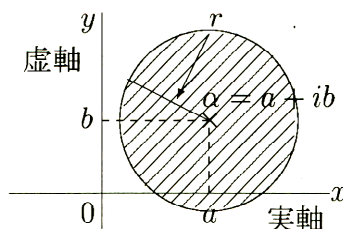
[p.118—119]

「実数 $a \Leftrightarrow$ 直線上の点 α 」「複素数 $\alpha = a + ib \Leftrightarrow$ 直交座標での平面上の点 (a, b) あるいは点 $\alpha = a + ib$ 」この平面を **複素平面** (complex (number) plane), あるいは **ガウス平面** (Gaussian plane)実部 a を表す横軸 (x 軸) を **実軸** (real axis), 虚部 b を表す縦軸 (y 軸) を **虚軸** (imaginary axis) という. また, この場合, この平面を z 平面ともいう.絶対値 $|\alpha| = \sqrt{a^2 + b^2}$ は, **原** 点 $\circ$ と点 α の間の距離を表す.絶対値 $|\alpha - \beta| = |(a - c) + i(b - d)| = \sqrt{(a - c)^2 + (b - d)^2} (= |\beta - \alpha|)$ は, 点 α と点 β の間の距離.**3a** 三角不等式 $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$, $|\alpha - \beta| \geq |\alpha| - |\beta|$.

[p.119]

[解] 右の三角不等式を示す. 図 3-2 の三角形で, 点 0 から点 α への移動距離を考えると, $|\beta| + |\alpha - \beta| \geq |\alpha|$. $\therefore$ **問** 左の三角不等式も示せ.図 3-1 : $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$ 図 3-2 : $|\alpha - \beta| \geq |\alpha| - |\beta|$ **3b** 図形 : 円の式 $|z - \alpha| = r$, 円板の式 $|z - \alpha| \leq r$. (複素定数 α , 実定数 r)

[p.119]

[解] $|z - \alpha| = r$ は中心 $z = \alpha$, 半径 r の円の式であることを示す. 複素定数 $\alpha = a + ib$, 実定数 r, a, b , 複素変数 $z = x + iy$, 実変数 x, y とする. $\therefore |(x + iy) - (a + ib)| = r$, $\therefore |x + iy - a - ib| = r$, $\therefore |(x - a) + i(y - b)| = r$, $\therefore \sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2} = r$, $\therefore (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.同様に, $|z - \alpha| \leq r$ は中心 $z = \alpha$, 半径 r の円板の式である. $(x - a)^2 + (y - b)^2 \leq r^2$.図 3-3 : 円 $|z - \alpha| = r$ 図 3-4 : 円板 $|z - \alpha| \leq r$

関連問題 [p.119 問6][p.132 6.]

3c (a) $|z-1|=2$ (b) $|z|=Im(z)+1$ (c) $Re(z-1)+2Im(z)=1$

[p.119, p.132]

$z=x+iy$ とする (実変数 x, y). (a) $|(x+iy)-1|=2$, $\therefore |(x-1)+iy|=2$,

$\therefore \sqrt{(x-1)^2+y^2}=2$ $\therefore (x-1)^2+y^2=2^2$ $\therefore$ これは中心 $z=1$, 半径 2 の円

(b) $|x+iy|=Im(x+iy)+1$, $\therefore \sqrt{x^2+y^2}=y+1$

$\therefore x^2=2y+1$

$y=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}$

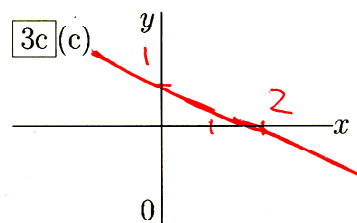
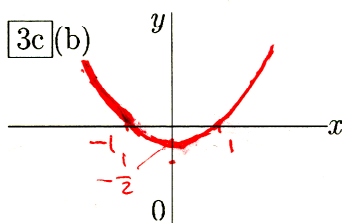
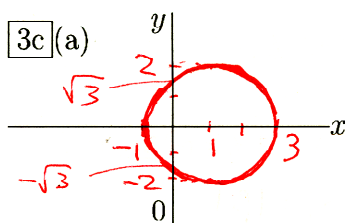
$\therefore x^2+y^2=y^2+2y+1$
これは 放物線系

(c) $Re(x+iy-1)+2Im(x+iy)=1$, $Re((x-1)+iy)+2Im(x+iy)=1$

$x-1+2y=1$

$x+2y=2$

これは 直線系



$|z-2|=2$ $|z|=Im(z)+2$ 各式を x, y で表し, 図形をいし, 図示せよ

$|(x+iy)-2|=2$ $|(x-2)+iy|=2$

$\sqrt{(x-2)^2+y^2}=2$ $(x-2)^2+y^2=2^2$ 中心 $z=2$ 半径 2 の円

$|x+iy|=Im(x+iy)+2$

$\sqrt{x^2+y^2}=y+2$ $x^2+y^2=y^2+4y+4$

$x^2=4y+4$

$y=\frac{1}{4}x^2-1$ 放物線系

