成績評価の方法 100 点 (定期) ＋ 5 点〜 50 点 (小試験等) の得点率,

確率・統計

資料 (データ) の基礎的な処理 と 統計的推定・検定 の基本的な考え方を理解する．また基礎にある 確率 や 確率分布 との関連も理解して，それらを表現し計算できる．

確率 (probability) の定義 I　確率とは？ 確率の数学的定義とは？

$$\boxed{P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}}$$

Aの確率 (probability of A)

A は 事象 (event)

$n(A)$ は A に含まれる根元事象・基本事象 (elementary event) の数 (number of A)

Ω は 全事象 (whole event), 標本空間 (sample space)

$n(\Omega)$ は Ω での根元事象の数 (number of Ω)

ある試行 (trial) での全事象 Ω の各根元事象は 同様に確からしい.

[p.14—16, p.10—14]

例 1 個のサイコロを振る試行．全事象 $\Omega = \{1, 2, \cdots, 6\}$　$n(\Omega) = 6$

奇数がでる事象 $A = \{1, 3, 5\}$　$n(A) = 3$　$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

[p.15]

例 1.1 2 枚のコインを投げる試行．(1:表，0:裏)

全事象 $\Omega = \{(x_1, x_2) | x_1, x_2 = 0, 1\} = \{(1,1), (1,0), (0,1), (0,0)\}$　$n(\Omega) = 2^2 = 2 \times 2 = 4$

2 枚とも表の出る事象 $A = \{(1,1)\}$　$n(A) = {}_2C_2 = 1$　$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{4}$

[p.13]

1a 6 枚のコインを投げる試行．全事象 $\Omega = \{(x_1, x_2, \cdots, x_6) | x_1, x_2, \cdots, x_6 = 0, 1\}$　$n(\Omega) = 2^6 = 64$

(1) 2 枚だけ表の出る事象 A　$n(A) = {}_6C_2 = \dfrac{\cancel{6}^{3} \cdot 5}{\cancel{2 \cdot 1}} = 15$　$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{15}{64}$

(2) 3 枚だけ表の出る事象 B　$n(B) = {}_6C_3 = \dfrac{\cancel{6} \cdot 5 \cdot 4}{\cancel{3 \cdot 2 \cdot 1}} = 20$　$P(B) = \dfrac{n(B)}{n(\Omega)} = \dfrac{20}{64} = \dfrac{5}{16}$

[p.17]

関連問題 [p.20 4.]

1b 右ねじ 6 個，左ねじ 4 個が入っている箱より同時に 5 個取り出す試行．(5 回非復元抽出する試行)

全事象 Ω　$n(\Omega) = {}_{10}C_5 = \dfrac{10 \cdot 9 \cdot \cancel{8} \cdot 7 \cdot \cancel{6}}{\cancel{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}} = 252$

(a) 3 個が右ねじ，2 個が左ねじである事象 A　$n(A) = {}_6C_3 \times {}_4C_2 = \dfrac{\cancel{6} \cdot 5 \cdot 4}{\cancel{3 \cdot 2 \cdot 1}} \times \dfrac{\cancel{4}^{2} \cdot 3}{\cancel{2 \cdot 1}} = 20 \times 6 = 120$

$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{120}{252} = \dfrac{30}{63} = \dfrac{10}{21}$

(b) 5 個とも右ねじである事象 B　$n(B) = {}_6C_5 (\times {}_4C_0) = \dfrac{6 \cdot \cancel{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}}{\cancel{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}} = 6$　$P(B) = \dfrac{n(B)}{n(\Omega)} = \dfrac{6}{252} = \dfrac{1}{42}$

関連問題 [p.20 1. 2.]

1c 2 個のサイコロを投げる試行.

全事象 $\Omega = \{(x, y) | x, y = 1, 2, \cdots, 6\} = \begin{matrix} \{(1,1), & (1,2), & \cdots & (1,6), \\ (2,1), & (2,2), & \cdots & (2,6), \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (6,1), & (6,2), & \cdots & (6,6)\} \end{matrix}$　$n(\Omega) = 6^2 = 6 \times 6 = 36$

(a) 目の和が i である事象 A_i　$(i = 4, 5, 6)$　$A_4 = \{(1,3), (2,2), (3,1)\}$

$A_5 = \{(1,4),(2,3),(3,2),(4,1)\}$ $A_6 = \{(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)\}$

$n(A_4) = 3$ $n(A_5) = 4$ $n(A_6) = 5$

$P(A_4) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ $P(A_5) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ $P(A_6) = \frac{5}{36}$

(b) 目の和が 10 を超える事象 $B = \{(5,6),(6,5),(6,6)\}$

$n(B) = 3$ $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

(c) 同じ目が出る事象 $C = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6)\}$

$n(C) = 6$ $P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

確率 (probability) の定義 II 確率の公理とは？確率の公理的定理とは？

次の確率の公理を満たす実数 $P(A)$ を A の確率という.

(I) 全事象 Ω の 任意の事象 A に対して，$0 \leqq P(A) \leqq 1$
(II) $P(\Omega) = 1$, $P(\phi) = 0$
(III) 互いに排反な事象 A と B に対して，$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

[p.16]

$\boxed{\text{説明}}$ (I) $0 \leqq n(A) \leqq n(\Omega)$ $0 \leqq \frac{n(A)}{n(\Omega)} \leqq 1$ (II) $P(\Omega) = \frac{n(\Omega)}{n(\Omega)} = 1$ $P(\phi) = \frac{n(\phi)}{n(\Omega)} = 0$

(III) A と B は同時に起こらないので，$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ $\frac{n(A \cup B)}{n(\Omega)} = \frac{n(A)}{n(\Omega)} + \frac{n(B)}{n(\Omega)}$

$n(\Omega) = {}_8C_3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot \cancel{6}}{\cancel{3 \cdot 2 \cdot 1}} = 56$

$n(A) = {}_5C_2 \times {}_3C_1 = \frac{5 \cdot \overset{2}{\cancel{4}}}{\cancel{2 \cdot 1}} \times \frac{3}{1} = 30$ $P(A) = \frac{30}{56} = \frac{15}{28}$

$n(B) = {}_5C_3 (\times {}_3C_0) = \frac{5 \cdot \overset{2}{\cancel{4}} \cdot \cancel{3}}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1} (\times 1) = 10$ $P(B) = \frac{10}{56} = \frac{5}{28}$