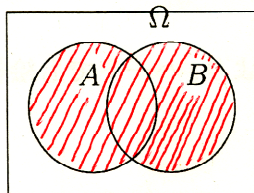
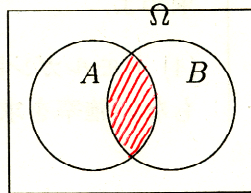
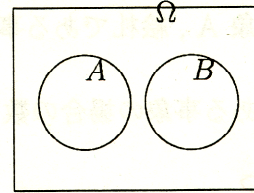


事象 (event) の性質 (property)

[p.10—14]

全事象 (whole event) Ω 起こり得るすべての事象空事象 (empty event) ϕ 決して起こらない事象事象 A の 余事象 (complement) $\bar{A}$ A が起こらない事象, [注] $\bar{\bar{A}} = A$, $\bar{\Omega} = \phi$, $\bar{\phi} = \Omega$ 事象 A, B の 和事象 $A \cup B$ A, B のどちらかが起こる事象, 「 A または B 」 "A cup B"事象 A, B の 積事象 $A \cap B$ A, B が同時に起こる事象, 「 A かつ B 」 "A cap B"事象 A, B が 互いに排反 (exclusive) $A \cap B = \phi$ A, B が同時に起こらない $A \cup B$  $A \cap B$  $A \cap B = \phi$ (交換則) $A \cup B = B \cup A$, $A \cap B = B \cap A$ (結合則) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C = A \cup B \cap C$
 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C = A \cap B \cup C$ (分配則) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ (ド・モルガン則) $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$, $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ [例 7] (p.10) $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, $C = \{5, 6\}$, $A \cup C = \{1, 3, 5, 6\}$, $A \cap C = \{5\}$, $\bar{A} = \{2, 4, 6\}$ [問] p.13 8.

[問] 上記の事象に関することをベン図 (Venn diagram) で示せ.

[注] 一般に, (分配則) $A \cap (\bigcup_i B_i) = \bigcup_i (A \cap B_i)$, $A \cup (\bigcap_i B_i) = \bigcap_i (A \cup B_i)$ (ド・モルガン則) $\overline{\bigcup_i B_i} = \bigcap_i \bar{B}_i$, $\overline{\bigcap_i B_i} = \bigcup_i \bar{B}_i$,

確率の公理 (性質)

(I) 任意の事象 A に対して $0 \leq P(A) \leq 1$ (II) $P(\Omega) = 1$, $P(\phi) = 0$ (III) A, B が互いに排反であれば, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

[p.16]

(I) $0 \leq n(A) \leq n(\Omega)$, $0 \leq \frac{n(A)}{n(\Omega)} \leq 1$ (II) $P(\Omega) = \frac{n(\Omega)}{n(\Omega)} = 1$, $P(\phi) = \frac{n(\phi)}{n(\Omega)} = \frac{0}{n(\Omega)} = 0$ (III) 場合の数の積の法則より, $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ だから $\frac{n(A \cup B)}{n(\Omega)} = \frac{n(A)}{n(\Omega)} + \frac{n(B)}{n(\Omega)}$ [注] 一般に, A_i が互いに排反であれば, $P\left(\bigcup_i A_i\right) = \sum_i P(A_i)$ 余事象 $\bar{A}$ の確率 $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

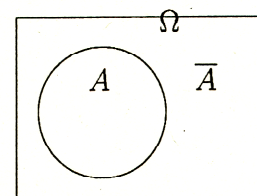
[p.16—17]

 $A \cup \bar{A} = \Omega$ より $P(A \cup \bar{A}) = P(\Omega) = 1$ (2.1)

(∵ 確率の公理 (II))

 $A \cap \bar{A} = \phi$ より $P(A \cup \bar{A}) = P(A) + P(\bar{A})$ (2.2)

(∵ 確率の公理 (III))

(2.1), (2.2) より $P(A) + P(\bar{A}) = 1$ ∴ $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ 

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

注 A, B が互いに排反であるときは, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

[p.17—18]

関連問題 [p.18 例 4]

2 トランプカード 52 枚のうち, キング (K), クイーン (Q), ジャック (J) の 3 種類を絵札とする. 1 枚のカードを取り出すことを考える.

(1) ハートである事象 A , 絵札である事象 B の確率を求めよ.

(2) ハートの絵札である事象の場合の数と, 確率

を求めよ.

(3) 加法定理により, ハートか絵札である確率を求めよ.

(4) ドモルガン則などにより, ハートでも絵札でもない確率を求めよ.

$$(1) n(\Omega) = 52$$

$$n(A) = 13 \quad P(A) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4} \quad n(B) = 4 \times 3 = 12 \quad P(B) = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$$

$$(2) A \cap B = \{\heartsuit K, \heartsuit Q, \heartsuit J\} \quad n(A \cap B) = 3 \quad P(A \cap B) = \frac{3}{52}$$

$$(3) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{13}{52} + \frac{12}{52} - \frac{3}{52} = \frac{22}{52} = \frac{11}{26}$$

$$(4) P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{22}{52} = \frac{30}{52} = \frac{15}{26}$$

$$(1) n(\Omega) = 53$$

$$n(A) = 13 \quad P(A) = \frac{13}{53} \quad n(B) = 4 \times 4 = 16 \quad P(B) = \frac{16}{53}$$

$$(2) A \cap B = \{\heartsuit K, \heartsuit Q, \heartsuit J, \heartsuit A\} \quad n(A \cap B) = 4 \quad P(A \cap B) = \frac{4}{53}$$

$$(3) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{13}{53} + \frac{16}{53} - \frac{4}{53} = \frac{25}{53}$$

$$(4) P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{25}{53} = \frac{28}{53}$$