

問題 1. $(3x + y)^3 = 27x^3 + 27x^2y + 9xy^2 + y^3$

問題 2. $x^3 - \frac{y^3}{64} = \left(x - \frac{y}{4}\right) \left(x^2 + \frac{xy}{4} + \frac{y^2}{16}\right)$

問題 3. $\frac{4}{3 - \sqrt{7}} - \sqrt{28} = \frac{4(3 + \sqrt{7})}{9 - 7} - 2\sqrt{7} = 6 + 2\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = 6$

問題 4. $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ より $1 + \frac{4}{25} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$. $\cos^2 \theta = \frac{25}{29}$. $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ より $\cos \theta < 0$ だから
 $\cos \theta = -\frac{5}{\sqrt{29}} = -\frac{5\sqrt{29}}{29}$.

問題 5. ${}_9C_2 \cdot {}_7C_3 = \frac{9 \cdot 8}{2 \cdot 1} \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 1260$

問題 6. $\bar{A} \cup B = \{1, 4, 6, 8, 9, 10\} \cup \{1, 2, 3, 4\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10\}$ よって要素の個数は 8

問題 7. このとき 2 次方程式 $x^2 + 2x + 2k^2 - k = 0$ は実数解をもつから $D = 2^2 - 4(2k^2 - k) \geqq 0$. $2k^2 - k - 1 \leqq 0$

$$(2k+1)(k-1) \leqq 0. \quad -\frac{1}{2} \leqq k \leqq 1$$

問題 8. 解と係数の関係より $\alpha + \beta = -\frac{-7}{5} = \frac{7}{5}$, $\alpha\beta = \frac{3}{5}$ よって $(\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - \alpha - \beta + 1 = \frac{3}{5} - \frac{7}{5} + 1 = \frac{1}{5}$

問題 9. $P(x) = x^3 + ax^2 + ax + 1$ とおくと因数定理より $P(-2) = 0$. よって

$$P(-2) = (-2)^3 + a(-2)^2 + a \cdot (-2) + 1 = 0. \quad 2a - 7 = 0. \quad a = \frac{7}{2}$$

問題 10. $\frac{2+5i}{3-i} = \frac{(2+5i)(3+i)}{9-i^2} = \frac{6+2i+15i+5i^2}{9-(-1)} = \frac{1+17i}{10}$ よって $a = \frac{1}{10}$, $b = \frac{17}{10}$

問題 11. $\log_2 12 - \log_4 9 = \log_2 12 - \frac{\log_2 9}{\log_2 4} = \log_2 12 - \frac{2 \log_2 3}{2} = \log_2 12 - \log_2 3 = \log_2 \frac{12}{3} = \log_2 4 = 2$

問題 12. y 軸と $(0, 5)$ で接するから中心の y 座標は 5. 中心は直線 $x - 2y + 5 = 0$ 上にあるから中心の x 座標は 5.

よって中心の座標は $(5, 5)$. $(0, 5)$ を通るから半径は 5. よって求める円の方程式は $(x - 5)^2 + (y - 5)^2 = 25$

問題 13. 初項を a , 公差を d とする $a_2 = a + d = 4$, $a_5 = a + 4d = 28$. よって $a = -4$, $d = 8$, $a_9 = a + 8d = 60$

問題 14. ① $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \times 4 + 2 \times (-3) = -2$

$$\text{② } \cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{-2}{\sqrt{1^2 + 2^2} \sqrt{4^2 + (-3)^2}} = -\frac{2}{5\sqrt{5}} = -\frac{2\sqrt{5}}{25}.$$

問題 15. ① $\int (2x^2 + x)dx = \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + C$

$$\text{② } \int_{-1}^0 (2x^2 + x)dx = \left[\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 \right]_{-1}^0 = 0 - \left(-\frac{2}{3} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{6}$$