

研究タイトル：2成分連立非線形シュレディンガー方程式の小振幅解の漸近挙動

氏名： 佐川 侑司 / SAGAWA Yuji E-mail: sagawa@gifu-nct.ac.jp

職名： 講師 学位： 博士(理学)

所属学会・協会： 日本数学会

キーワード： 偏微分方程式, 解の漸近挙動

技術相談
提供可能技術：
 ・2成分連立非線形シュレディンガー方程式の数学解析
 ・フーリエ解析

研究内容：

本研究では2成分連立非線形シュレディンガー方程式を考察する。

$$\left(i\partial_t + \frac{1}{2}\partial_x^2\right)u = a|u|^2u + b|v|^2u, \quad \left(i\partial_t + \frac{1}{2}\partial_x^2\right)v = c|u|^2v + d|v|^2v, \quad t > 0, x \in \mathbf{R},$$

ここで t は時間変数, x は空間変数, $u = u(t, x), v = v(t, x)$ は複素数値未知関数である. 係数 a, b, c, d が純虚数の場合, 群速度がほとんど等しい2つの単色波の非線形変調を記述するモデル方程式として知られている.

本研究の目的は時刻 $t = 0$ で小さな初期値を与え, 係数 a, b, c, d が0でない実数の場合での非線形効果(非線形項が解の長時間挙動に及ぼす影響)を純粋数学の観点から明らかにすることである.

$$u(0, x) = \varepsilon\varphi(x), v(0, x) = \varepsilon\psi(x), \quad x \in \mathbf{R},$$

ここで ε は十分小さな正の数, $\varphi(x), \psi(x)$ は重み付きソボレフ空間 $H^2 \cap H^{1,1}(\mathbf{R})$ に属する複素数値既知関数である. 本研究の結果, 係数 a, b, c, d の符号に応じて解挙動を特定することに成功した. なお線形変換により, 係数 a, d は1または-1として一般性を失わない.

① $a = 1$ または $d = 1$

Kita(preprint)に帰着される. ある初期値 $\varphi(x), \psi(x) \in H^2 \cap H^{1,1}(\mathbf{R})$ とある有限時刻 $T > 0$ が存在して

$$\|u\|_{L^2} + \|v\|_{L^2} \rightarrow +\infty \quad (t \rightarrow T - 0).$$

② $a = d = -1, b < 0$ または $c < 0$

Li-Sunagawa(2016年)に帰着される. 全ての初期値 $\varphi(x), \psi(x) \in H^2 \cap H^{1,1}(\mathbf{R})$ に対して, 時間大域解が一意的に存在して

$$\|u\|_{L^2} + \|v\|_{L^2} \rightarrow 0 \quad (t \rightarrow +\infty).$$

③ $a = d = -1, b > 0, c > 0, bc > 1$

Kita(preprint)に帰着される. ある初期値 $\varphi(x), \psi(x) \in H^2 \cap H^{1,1}(\mathbf{R})$ とある有限時刻 $T > 0$ が存在して

$$\|u\|_{L^2} + \|v\|_{L^2} \rightarrow +\infty \quad (t \rightarrow T - 0).$$

④ $a = d = -1, b > 0, c > 0, bc < 1$

Li-Sunagawa(2016年)に帰着される. 全ての初期値 $\varphi(x), \psi(x) \in H^2 \cap H^{1,1}(\mathbf{R})$ に対して, 時間大域解が一意的に存在して

$$\|u\|_{L^2} + \|v\|_{L^2} \rightarrow 0 \quad (t \rightarrow +\infty).$$

⑤ $a = d = -1, b > 0, c > 0, bc = 1$

Sagawa(submitted)により解挙動を特定することに成功した.

提供可能な設備・機器：

名称・型番(メーカー)

名称・型番(メーカー)	